

# Matematyka.

## WYMAGANIA EDUKACYJNE na poszczególne oceny

KLASA 1

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.

## I. ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE.

1	Zbiór. Działania na zbiorach
2	Zbiory liczbowe. Oś liczbowa
3	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych
4	Przedziały
5	Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych
6	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach
7	Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych
8	Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych
9	Procenty <sup>1)</sup>
10	Punkty procentowe <sup>1)</sup>
11	Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie <sup>1)</sup>

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

### Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń:

#### ZBIORY

zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;  
 zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się;  
 potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);  
 potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;  
 potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);  
 zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;  
 potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;

#### ZBIORY LICZBOWE

zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;  
 potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych:  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R-Q$ ;  
 zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;  
 potrafi rozróżnić liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;  
 potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;  
 umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;  
 potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;  
 zna definicję wartości bezwzględnej;  
 umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;  
 potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;  
 zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);  
 potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;  
 potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;  
 potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;  
 zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;  
 potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;  
 zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;  
 potrafi porównywać liczby rzeczywiste;  
 potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;

## PRZEDZIAŁY

rozumie pojęcie przedziału;  
 rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;  
 zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;  
 potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;  
 potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;  
 potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;  
 potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;  
 potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą;  
 wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą;  
 zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;  
 wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;  
 wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;  
 zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;  
 potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;  
 potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;

## PROCENT

potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;  
 potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;  
 potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;  
 potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);  
 rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;  
 potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;  
 potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;  
 potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;  
 potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;  
 potrafi szacować wartości wyrażień;

**Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

## ZBIORY

potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;  
 wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;  
 potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;  
 zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;  
 potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;  
 potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R;

## ZBIORY LICZBOWE

zna definicję liczb względnie pierwszych;  
 zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera  $NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = a \cdot b$ ;  
 potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;  
 potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;  
 potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;  
 umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;  
 potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;

## PRZEDZIAŁY

wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;

#### RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

potrafi wskazać przykład nierówności sprzeczej oraz nierówności tożsamościowej;

wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;

#### PROCENT

rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);

### **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;

## II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.

1	Potęga o wykładniku naturalnym
2	Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej
3	Działania na wyrażeniach algebraicznych
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 2.
5	Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym
6	Potęga o wykładniku wymiernym
7	Potęga o wykładniku rzeczywistym
8	Określenie logarytmu.
9	Zastosowania logarytmów
10	Zdanie. Zaprzeczenie zdania
11	Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych
12	Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia
13	<i>Przekształcanie wzorów<sup>1)</sup></i>
14	Średnie

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

## Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń:

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;  
 rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;  
 potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;  
 potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;  
 obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;  
 sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;  
 wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;  
 potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;  
 zna metodę grupowania wyrazów;  
 potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;  
 potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:

- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;  
 potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);

### POTĘGI I PIERWIASTKI

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;  
 zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;

zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;

potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;

potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{2}$ ;

potrafi usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;

potrafi usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;

#### LOGIKA

potrafi dowodzić proste twierdzenia;

potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;

umie określić wartość logiczną zdania prostego;

zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;

potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);

potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;

potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;

potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;

potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;

potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;

zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;

zna zasadę dowodzenia wprost;

#### ŚREDNIE

potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;

zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć tą średnią dla podanych liczb;

zna pojęcie średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;

#### LOGARYTMY

zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;

zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;

zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;

zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;

potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;

potrafi zamienić podstawę logarytmu;

### **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

#### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi mnożyć sumy algebraiczne;

potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;

potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;

potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;

#### POTĘGI I PIERWIASTKI

sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;

sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;

sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;

potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;

potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;

potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ , ...;

porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;

## LOGIKA

potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;  
 potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;  
 potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;  
 potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;  
 potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;  
 potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;  
 potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;  
 potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;  
 zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;  
 potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;  
 wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawną oraz odwrotną i przeciwną;  
 potrafi negować zdania złożone;  
 rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;  
 zna zasadę dowodzenia nie wprost;  
 potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;  
 potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;

## ŚREDNIE

sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;  
 potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;  
 stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych

## LOGARYTMY

zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;  
 rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu  
 potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;  
 potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;  
 potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

**Wymagania na ocenę celującą**

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;

## POTĘGI I PIERWIĄSTKI

potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;  
 potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;  
 potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;

## LOGIKA

potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;  
 potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści;

## LOGARYTMY

potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

### III. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.

1	Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji
2	Wykres funkcji
3	Dziedzina funkcji liczbowej
4	Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji
5	Miejsce zerowe funkcji
6	Monotoniczność funkcji
7	Funkcje różnowartościowe
8	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach
9	Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji <sup>1)</sup>

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

### Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

#### Uczeń:

- potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;
- potrafi podać przykład funkcji;
- potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;
- potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;
- potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;
- potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);
- potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);
- potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;
- potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);
- potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:
  - a) dziedzinę funkcji
  - b) zbiór wartości funkcji
  - c) miejsce zerowe funkcji
  - d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji
  - e) wartość funkcji dla danego argumentu
  - f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała
  - g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
  - h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;
- potrafi interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);
- potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru lub wykresu funkcji;

### Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą

- potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;
- potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;
- potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;

potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;  
potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;  
potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;  
**potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;**  
**potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;**  
**potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;**  
potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;  
potrafi rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;

### ***Wymagania na ocenę celującą***

potrafi ( na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;

## IV. FUNKCJA LINIOWA.

1	Proporcjonalność prosta
2	Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej
3	Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej
4	Własności funkcji liniowej – zadania różne
5	Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą** oraz **wymagania na ocenę dostateczną**

#### Uczeń:

wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;  
 potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
 rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;  
 zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;  
 potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią  $y$  od współczynnika  $b$ );  
 potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;  
 potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);  
 potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;  
 potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;  
 zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);  
 potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;  
 potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;  
**potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;**  
**potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi  $OY$ ;**  
**potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);**  
**potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;**  
**potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;**  
**potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);**

### **Wymagania na ocenę dobrą** oraz **wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;  
 potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu;  
**potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;**  
**rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;**

### **Wymagania na ocenę celującą**

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

## V. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI.

1	Funkcja kwadratowa
2	Funkcja kwadratowa – zastosowania
3	Proporcjonalność odwrotna
4	Funkcja wykładnicza
5	Funkcja logarytmiczna

### *Wymagania na ocenę dopuszczającą* oraz *wymagania na ocenę dostateczną*

Uczeń:

#### funkcja kwadratowa

- potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem  $y = ax^2$ , gdzie  $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;
- zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;
- potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;
- potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
- potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;
- potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
- potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
- potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
- potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;

#### proporcjonalność odwrotna

- zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;
- wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;
- potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;
- rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej;
- potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;
- potrafi narysować wykres funkcji;
- potrafi opisać własności funkcji;

#### funkcja wykładnicza

- zna definicję funkcji wykładniczej;
- potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
- potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;
- potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;
- potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;
- potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;

#### funkcja logarytmiczna

- zna definicję funkcji logarytmicznej;
- potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;
- potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;
- rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;

## **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

### funkcja kwadratowa

potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;  
 potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;  
**potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.**

### proporcjonalność odwrotna

**potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;**

### funkcja wykładnicza

**potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;**

### funkcja logarytmiczna

**potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej;  
 posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.**

## **Wymagania na ocenę celującą**

### funkcja kwadratowa

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

### proporcjonalność odwrotna

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

### funkcja wykładnicza

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).

### funkcja logarytmiczna

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych).

## VI. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY.

1	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona
2	Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta
3	Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie
4	Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie
5	Twierdzenie Talesa
6	Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie
7	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
8	Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie
9	Przystawanie trójkątów
10	Podobieństwo trójkątów
11	Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach

### Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

#### Uczeń:

zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;  
 zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;  
 zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;  
 zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;  
 zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;  
 zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;  
 umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;  
 rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;  
 zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań;  
 umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;  
 zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;  
 potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;  
 potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;  
 zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;  
 zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;  
 zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
 zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;  
 wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;  
 zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;  
 zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
 zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
 zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;  
 umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;  
 umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;  
 zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;  
 zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;  
 zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
 zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;  
 umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;

### **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;  
 zna definicję wielokąta;  
 zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;  
 wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;  
 potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;  
 potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;  
 zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;  
 potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;  
 zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
 potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;  
 potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;  
 potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;  
 potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;  
 potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;  
 potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;  
 potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;  
 potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa);

### **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
 zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;  
 umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia;  
 potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;  
 potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;  
 potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
 potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
 potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

## VII. TRYGONOMETRIA KĄTA OSTREGO

1	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
2	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
3	Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą** oraz **wymagania na ocenę dostateczną**

#### Uczeń:

zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;  
 potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;  
 potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);  
 potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;  
 zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
 potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
 zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;  
 potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;

### **Wymagania na ocenę dobrą** oraz **wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;  
 potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;  
 potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;  
 potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;  
 potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;

### **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

# Matematyka.

## WYMAGANIA EDUKACYJNE na poszczególne oceny

### KLASA 2

#### ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
- Treści zapisane na **różowym tle** są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, zakres podstawowy.

## I. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY
4	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY
5	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)	
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
	potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń
	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
	potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

## II. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI.

1	Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
2	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań
3	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania
4	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników
5	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań

*Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną*

Uczeń:

zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;

wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;

zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;

zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;

potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;

zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;

umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;

*Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą*

potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;

potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;

potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

*Wymagania na ocenę celującą*

potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;

potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;

potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;

### III. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną
8	Nierówności z wartością bezwzględną

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną	potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby	potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału
umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami	potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$	wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
	rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

WYKRACZAJĄCE
W
rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

## IV. FUNKCJA KWADRATOWA.

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe
8	Równania prowadzące do równań kwadratowych
9	Nierówności kwadratowe
10	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$	potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie danego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)	rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieją)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;	
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;	
rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;
potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

## V. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty
4	Twierdzenie o stycznej i siecznej
5	Wybrane konstrukcje geometryczne
6	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
7	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
postępuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;	
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;	
zna twierdzenie o cięciwach;	
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;	
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa)
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
zna twierdzenie o kątach wpisanym i dopisanym do okręgu, opartych na tym samym łuku;	potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanym i dopisanym, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;	
potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne	
stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach	
rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanym w koło;
umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## VI. TRYGNOMETRIA.

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne
3	Wybrane wzory redukcyjne

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ ;	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

1	Twierdzenie sinusów
2	Twierdzenie cosinusów
3	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
4	Pole figury geometrycznej
5	Pole trójkąta, cz.1
6	Pole trójkąta, cz.2
7	Pola trójkątów podobnych
8	Pole koła, pole wycinka koła
9	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym jednocześnie twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów;
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	

## WYKRACZAJĄCE

W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania;
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

# Matematyka.

## WYMAGANIA EDUKACYJNE na poszczególne oceny

### KLASA 3

#### ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
- Treści zapisane na **różowym tle** są powtórzeniem z planu wynikowego klas 1- 2, zakres podstawowy.

## I. WIELOMIANY

<u>1</u>	<u>Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej</u>
<u>2</u>	<u>Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów</u>
<u>3</u>	<u>Równość wielomianów</u>
<u>4</u>	<u>Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór <math>a^n - b^n</math></u>
<u>5</u>	<u>Podzielność wielomianów</u>
<u>6</u>	<u>Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera</u>
<u>7</u>	<u>Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta</u>
<u>8</u>	<u>Pierwiastki wymierne wielomianu</u>
<u>9</u>	<u>Rozkład wielomianu na czynniki</u>
<u>10</u>	<u>Równania wielomianowe</u>
<u>11</u>	<u>Zadania prowadzące do równań wielomianowych</u>

### Uczeń:

<u>PODSTAWOWE</u>	
<u>K</u>	<u>P</u>
<u>zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;</u>	<u>potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;</u>
<u>potrafi wskazać jednomiany podobne;</u>	<u>potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;</u>
<u>potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;</u>	<u>sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;</u>
<u>potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);</u>	<u>potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)</u>
<u>potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;</u>	<u>potrafi zastosować wzór <math>a^n - b^n</math></u>
<u>potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia</u>	<u>potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;</u>
<u>potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;</u>	<u>potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;</u>
<u>potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;</u>	<u>potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;</u>
<u>potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;</u>	<u>potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;</u>
<u>rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;</u>	<u>potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;</u>
<u>potrafi rozpoznać wielomiany równe;</u>	<u>potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;</u>

<u>zna następujące wzory skróconego mnożenia:</u>	<u>potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, lub metody grupowania wyrazów;</u>
<u><math>(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3</math></u>	<u>potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;</u>
<u><math>a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)</math></u>	
<u><math>a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)</math>;</u>	-
<u>zna wzór <math>a^n - b^n</math></u>	-
<u>potrafi podzielić wielomian przez dwumian</u>	-
<u>zna twierdzenie Bezouta;</u>	-
<u>zna twierdzenie o reszcie;</u>	-
<u>potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie jednomianu poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia st. 2, zastosowanie metody grupowania wyrazów;</u>	-

**DOPEŁNIAJĄCE**

<b>R</b>	<b>D</b>
<u>potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;</u>	<u>potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;</u>
<u>potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;</u>	
<u>rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;</u>	
<u>stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;</u>	
<u>przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;</u>	
<u>potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;</u>	
<u>zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;</u>	
<u>potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);</u>	
<u>potrafi rozwiązywać równania;</u>	

**WYKRACZAJĄCE**

**W**

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

## II. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej
4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
potrafi rozwiązywać algebraicznie układ równań złożony z równania stopnia pierwszego i równania stopnia drugiego oraz podać jego interpretację graficzną;	
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

### III. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
3	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
4	Działania na ułamkach algebraicznych
5	Równania wymierne
6	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie	potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań	
potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	
zna definicję równania wymiernego	
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne	
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności	
zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$	
potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
potrafi rozwiązywać równania wymierne	potrafi rozwiązywać równania z wartością bezwzględną
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)	potrafi rozwiązywać równania wymierne z parametrem
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie	
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

## IV. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
zna definicję ciągu arytmetycznego	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego;	potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
zna definicję ciągu geometrycznego;	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny

PODSTAWOWE	
K	P
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz	oblicza oprocentowanie lokaty
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	określa okres oszczędzania
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;	
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji	
DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	
określa monotoniczność ciągu geometrycznego	
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań	
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny	
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym	
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym	
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

## V. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Podobieństwo. Czworokąty podobne

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podział czworokątów;	potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;	korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;	umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;	
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
wie, jakie własności ma romb;	
zna własności prostokąta i kwadratu;	
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;	
zna własności deltoidu;	
zna i rozumie definicję podobieństwa;	
potrafi wskazać figury podobne;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
	korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

## VI. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.

PODSTAWOWE	
K	P
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
	potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
	potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów).

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.	
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.	

# Matematyka.

## WYMAGANIA EDUKACYJNE na poszczególne oceny

### KLASA 4

#### ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
- Treści zapisane na **różowym tle** są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres podstawowy

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
2	Funkcja wykładnicza i jej własności
3	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
4	Równania wykładnicze
5	Nierówności wykładnicze

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrię względem osi układu (złożenie przekształceń)
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $S_{Ox}$ , $S_{Oy}$ , $S(0,0)$ ), przesunięcie równoległe o dany wektor	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrię względem osi układu	
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej	
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości/monotoniczności funkcji	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

## II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Logarytm – powtórzenie wiadomości
2	Funkcja logarytmiczna
3	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
4	Równania logarytmiczne
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu
zna definicję funkcji logarytmicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S_0$ , przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;
	potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)
	posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażań	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach
potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności] stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia
	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;
	potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy

## WYKRACZAJĄCE

## W

<i>potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.</i>
<i>potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;</i>
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;
potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. $\log_2 3$ )
potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej

### III. KOMBINATORYKA.

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
Potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	
wypisuje permutacje danego zbioru	
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru	
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni	
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń	
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami	
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki

## WYKRACZAJĄCE

W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

## IV. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Proste w układzie współrzędnych
3	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
4	Pole trójkąta. Pole wielokąta
5	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu

## Uczeń:

## PODSTAWOWE

K	P
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi zastosować w zadaniach warunki na równoległość wektorów
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczącym funkcji liniowej;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest jego pole)	
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności	
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią	

WYKRACZAJĄCE	
W	
rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;	
potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (odległość punktu od prostej)	

# Matematyka.

## WYMAGANIA EDUKACYJNE na poszczególne oceny

### KLASA 5

#### ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
- Treści zapisane na **różowym tle** są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres podstawowy.

## I. ELEMENTY STATYSTYKI

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby. Skala centylowa
4	Wariancja i odchylenie standardowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)	potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów
zna i rozumie pojęcie skali centylowej	potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;
zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego,	potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe
potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów	wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;	wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	potrafi korzystać ze skali centylowej
potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych	wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami
wyznacza medianę i dominantę zestawu danych	wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych
potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych	potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	stosuje w zadaniach średnią ważoną

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach
oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób	wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne
oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób	
rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona	
potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej	

## II. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe
6	Zmienna losowa. Wartość oczekiwana zmiennej losowej

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;	wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;	potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń	potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;	zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa	rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się	potrafi podać rozkład zmiennej losowej

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;	stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;	oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych
rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności
Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności	prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory
oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

### III. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Gnaniastostupy
6	Ostrostupy
7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
9	Przekroje wielościanów

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni	potrafi sprawdzić, czy istnieje gnaniastostup o danej liczbie krawędzi
potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni	oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej gnaniastostupa prostego oraz ostrostupa
potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni gnaniastostupa oraz ostrostupa
rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę	oblicza długości przekątnych gnaniastostupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny	oblicza objętość gnaniastostupa prostego oraz ostrostupa prawidłowego
umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn	oblicza objętość gnaniastostupa pochylego
rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny	oblicza pole powierzchni ostrostupa mając daną jego siatkę
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	potrafi rozpoznać w gnaniastostupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;
rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	
rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie postępuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"	
zna określenie gnaniastostupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość gnaniastostupa	
zna podział gnaniastostupów	
umie narysować siatki gnaniastostupów prostych	
potrafi narysować siatkę gnaniastostupa prostego, mając dany jej fragment	

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment	
zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;	
zna podział ostrosłupów;	
umie narysować siatki ostrosłupów prostych;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów w prostych, typowych zadaniach	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
przeprowadza wnioski dotyczące położenia prostych w przestrzeni	przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa
rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii	przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	
oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	
potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;	
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju graniastosłupa daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył

#### IV. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej
rozumie określenie "przekrój osiowy walca"	rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka
zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów	wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
zna określenie kuli	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań
rozumie pojęcie objętości bryły	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca) w prostych, typowych zadaniach	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;	potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrośłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrośłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.);
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył

wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego