

# Matematyka.

## WYMAGANIA EDUKACYJNE na poszczególne oceny

KLASA 4

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Kolorem **żółtym** oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem **szarym** oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.
- Treści zapisane na **różowym tle** są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres rozszerzony.

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
2	Funkcja wykładnicza i jej własności
3	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
4	Równania wykładnicze
5	Nierówności wykładnicze
6	Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń)
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor)	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu	
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej	
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem;
potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji (np. liniową)	potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

## II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Logarytm – powtórzenie wiadomości
2	Funkcja logarytmiczna – powtórzenie i uzupełnienie wiadomości
3	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
4	Równania logarytmiczne
5	Nierówności logarytmiczne
6	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu
zna definicję funkcji logarytmicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu
	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie
	potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)

**PODSTAWOWE**

K	P
	posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów
potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;	potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu	potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych	potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.)
potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję logarytmiczną oraz inny typ funkcji (np. liniową)	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;
potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności logarytmicznych	potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy
potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne	

**WYKRACZAJĄCE**

W
potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;

potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np.  $\log_2 3$ )

potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej

### III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje
5	Kombinatoryka – zadania różne
6	Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów
wypisuje permutacje danego zbioru	rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru	
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni	
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń	
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami	

PODSTAWOWE	
K	P
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
zna symbol Newtona	
oblicza wartość symbolu Newtona	
zna własności symbolu Newtona	
zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki
	prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki	

#### IV. GEOMETRIA ANALITYCZNA II

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Kąt między niezerowymi wektorami
3	Proste w układzie współrzędnych
4	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
5	Pole trójkąta. Pole wielokąta
6	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
7	Wzajemne położenie dwóch okręgów
8	Zadania różne z geometrii analitycznej
9	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych
10	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów
zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	



PODSTAWOWE	
K	P
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią	
zna pojęcie jednokładności o środku $S$ i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym);	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)	
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności	
dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się	
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią	

**WYKRACZAJĄCE**

**W**

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)

## I. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji
6	Ciągłość funkcji w punkcie
7	Ciągłość funkcji w zbiorze
8	Asymptoty wykresu funkcji
9	Pochodna funkcji w punkcie
10	Funkcja pochodna
11	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
12	Styczna do wykresu funkcji
13	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
14	Ekstrema lokalne funkcji
15	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
16	Zadania optymalizacyjne

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu	uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie	oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
oblicza granice funkcji w punkcie	oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie	stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
oblicza granice funkcji w nieskończoności	sprawdza ciągłość funkcji w punkcie
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie	sprawdza ciągłość funkcji
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie	wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania

PODSTAWOWE	
K	P
wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji	potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiornie)
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie	potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji	potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym
potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów	potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres
zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej	potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji
stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym	potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach	potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)	potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności
zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna	
potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych	
wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie	

WYKRACZAJĄCE

W

rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;