E7. Wyznaczanie współczynnika samoindukcji zwojnicy i przenikalności magnetycznej stali

***Celem ćwiczenia** jest poznanie zjawisk indukcji, samoindukcji oraz praw z nimi związanych, a następnie doświadczalne wyznaczenie współczynnika samoindukcji cewki*

Zjawisko indukcji własnej (lub inaczej ***samoindukcji***) występuje w zakrzywionych, mających kształt zamkniętych pętli, obwodach elektrycznych, przez które płynie prąd o zmiennym w czasie natężeniu. Fizyczną przyczyną samoindukcji jest zmieniający się strumień magnetyczny przenikający przez taki obwód. Pole magnetyczne powstaje wokół każdego przewodnika przez który płynie prąd. Natężenie tego pola jest proporcjonalne do natężenia prądu I. Jeśli więc prąd się zmienia, zmienia się też pole magnetyczne wokół przewodnika.

Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya mówi, że siła elektromotoryczna indukcji E (czyli powstające napięcie) jest równa szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej Φ :

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (1)$$

Znak minus w powyższym wzorze uzasadnia **reguła Lenza,** według której, *kierunek indukowanego prądu, a więc i indukowanej siły elektromotorycznej, jest taki, że wytworzone przez ten prąd pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia magnetycznego która go wywołuje.*

Dla zamkniętej pętli przewodnika strumień Φ zależy od jej wymiarów, natężenia płynącego prądu oraz od obecności materiału ferromagnetycznego. Dla cewki czy solenoidu o długości l i o n zwojach o powierzchni S, strumień Φ wynosi:

$$\Phi = \mu\mu_0 \frac{Sn^2}{l} I \qquad (2)$$

gdzie μ_0 oznacza przenikalność magnetyczną próżni, a μ– względną przenikalność rdzenia cewki. Powyższą proporcjonalność natężenia I oraz strumienia Φ można wyrazić w postaci wzoru: $\Phi = LI$,

gdzie wyrażenie: $$L = \mu\mu_0 \frac{Sn^2}{l}\ , \qquad (3)$$

opisuje cewkę, a zapisana wcześniej siła elektromotoryczna indukcji wyraża się następująco:

$$E = -L\frac{dI}{dt}\,. \qquad (4)$$

Wzór powyższy wyraża w istocie siłę elektromotoryczną powstałą w cewce na skutek zmian natężenia prądu płynącego przez nią, a więc ***siłę elektromotoryczną indukcji własnej***. Wielkość L nazywa się więc ***współczynnikiem indukcji własnej.*** Wartość jego wyrażamy w ***henrach*** (***H)*** , przy czym 1H=Vs/A*.

***Obwód elektryczny ma indukcyjność jednego henra, jeżeli zmiana natężenia prądu o jeden amper w czasie jednej sekundy wywołuje siłę elektromotoryczną równą jednemu woltowi.*

Zjawisko indukcji własnej odgrywa dużą rolę w obwodach prądu zmiennego. Powoduje, że obwody takie wykazują większy opór niż w analogicznym obwodzie prądu stałego. Dlaczego tak się dzieje?

Otóż, gdy natężenie prądu rośnie, powstaje siła elektromotoryczna o kierunku przeciwnym do kierunku prądu, natomiast gdy natężenie prąd maleje, siła elektromotoryczna samoindukcji jest zgodna z kierunkiem prądu. Daje to efekt jakby cewka wytwarzała dodatkowy opór dla przepływu prądu zmiennego. Opór ten nazywamy ***oporem indukcyjnym*** albo biernym i oznaczamy go $\boldsymbol{R_L}$.

Dla prądu zmiennego o pulsacji ω: $$R_L = \omega L\ . \qquad (5)$$

Jeżeli rozpatrywana cewka ma jednocześnie zwykły opór omowy R (wynikający z grubości i długości drutu oraz rodzaju metalu), oba opory R i R_L należy traktować łącznie. Nie można ich jednak prosto dodać jak dla połączenia szeregowego, bowiem na cewce następuje przesunięcie fazowe między natężeniem i napięciem. Stosunek napięcia do natężenia prądu w takim przypadku jest tzw. ***zawadą Z***, czyli oporem całkowitym w obwodzie prądu zmiennego, równym:

$$Z = \sqrt{R^2 + R_L{}^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \qquad (6)$$

Z powyższego wzoru wynika, że gdy ω = 0 to Z = R , a więc dla prądu stałego nie ma różnicy między zwykłym oporem omowym R a zawadą Z. Cewka dla prądu stałego jest zwykłym oporem, a jedynym efektem towarzyszącym przepływowi prądu jest stałe, skierowane wzdłuż jej osi, pole magnetyczne (przez co staje się ona elektromagnesem).
Przekształcając wzór (6) otrzymujemy zależność:

$$L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z^2 - R^2} \qquad (7)$$

W niniejszym ćwiczeniu powyższy wzór (7) posłuży nam do obliczenia współczynnika samoindukcji L. Należy w tym celu dokonać pomiaru oporu omowego R badanej cewki i jej zawady Z przy określonej pulsacji ω. Opór R otrzymamy jako stosunek ***napięcia stałego U*** na cewce i ***natężenia prądu stałego I*** płynącego przez nią: $R = \frac{U}{I}$ (8)

Zawadę zaś obliczymy jako stosunek ***wartości skutecznej napięcia zmiennego Us*** i odpowiedniego ***natężenia skutecznego Is prądu zmiennego***, czyli: $Z = \frac{U_s}{I_s}$ (9)

Reasumując, badany układ zasilamy najpierw napięciem stałym i mierzymy opór R, a następnie - napięciem zmiennym i mierzymy zawadę Z.
Analizując równanie (3) określające indukcyjność cewki L wyrażoną przez jej parametry konstrukcyjne wnioskujemy, że zdecydowanie wyższą wartość *L* uzyskamy dla cewki nawiniętej na stalowym rdzeniu niż dla cewki bez rdzenia (L_0), oraz że, stosunek L/L_0 równy jest przenikalności magnetycznej stali μ. Pomiar tej wielkości możemy potraktować jako drugi cel ćwiczenia.

Literatura uzupełniająca

1. Cz. Bobrowski, Fizyka - krótki kurs, Rozdz. 4.4, 4.8
2. S. Przestalski, Fizyka z elementami biofizyki i agrofizyki, Rozdz. 4.3

Zobacz też:

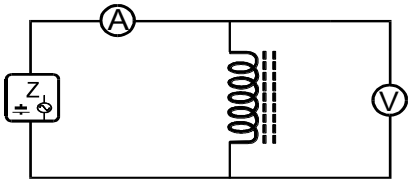
symulacje komputerowe na stronie internetowej *Katedry Fizyki i Biofizyki*

(https://sparrow.up.poznan.pl/kfb/) (zakładka: *Symulacje zjawisk fizycznych*),

E7. Protokół pomiarów i obliczeń

Nr pary	Imię i nazwisko studenta	Wydział grupa
data	Imię i nazwisko prowadzącego	Zaliczenie

Wykonanie ćwiczenia



1. Łączymy układ pomiarowy według podanego powyżej schematu.
2. Obwód zasilamy ze źródła prądu stałego. Mierniki napięcia i natężenia prądu ustawiamy na pomiar prądu stałego.
3. Zmieniając kilkakrotnie (co najmniej 5 razy) napięcie zasilania, dokonujemy odczytu napięcia *U* i odpowiadającego mu natężenia *I* prądu stałego. Wyniki zapisujemy w tabeli.
4. Przełączamy zasilacz na prąd zmienny i odpowiednio przestawiamy mierniki napięcia i natężenia prądu. (Uwaga: miernik natężenia prądu należy ustawić na zakres pomiarowy w [mA]).
5. Podobnie jak w pkt. 3 kilkakrotnie wykonujemy pomiary napięcia U_{sk} i natężenia skutecznego I_{sk} prądu zmiennego. Wyniki zapisujemy w tabeli.
6. Zdejmujemy cewkę ze stalowego rdzenia i wykonujemy pomiary jak w pkt.5.
   Uwaga: Nie przekraczać wartości napięcia 10 V na zasilaczu – grozi to uszkodzeniem urządzenia!!!

Tabela

Prąd stały			Prąd zmienny (cewka z rdzeniem)			Prąd zmienny (cewka bez rdzenia)		
U [V]	I [A]	R [Ω]	U_{sk} [V]	I_{sk} [A]	Z [Ω]	U_{sk} [V]	I_{sk} [A]	Z_0 [Ω]
Wartość średnia $R_{śr}$=			Wartość średnia $Z_{śr}$=			Wartość średnia $Z_{0śr}$=		
Błąd wartości średniej $\Delta R_{śr}$=			Błąd wartości średniej $\Delta Z_{śr}$=			Błąd wartości średniej $\Delta Z_{0śr}$ =		
Zestawienie ($R_{śr}\pm\Delta R_{śr}$) =			Zestawienie ($Z_{śr}\pm\Delta Z_{śr}$) =			Zestawienie ($Z_{0śr}$ $\pm\Delta Z_{0śr}$) =		

Opracowanie wyników

1. Dla każdej pary wartości U i I zmierzonej w obwodzie prądu stałego (pkt. 3) obliczamy opór ze wzoru: $R = U/I$. Następnie znajdujemy wartość średnią oporu $R_{śr.}$ i błąd bezwzględny $\Delta R_{śr}$, jako trzykrotną wartość odchylenia standardowego SD:

$$\Delta R_{śr} = 3 \cdot SD, \qquad \text{przy czym:} \qquad SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(R_{śr.} - R_i\right)^2}{n(n-1)}}.$$

2. Podobnie jak w pkt. 1 dla każdej pary wartości U_{sk} i I_{sk} obliczamy wartość zawady $Z=U_{sk}/I_{sk}$. Następnie obliczamy średnią wartość zawady $Z_{śr.}$ i błąd bezwzględny, jako $\Delta Z_{śr}=3 \cdot SD$.
3. Analogicznie obliczamy wartości zawady Z_o dla cewki bez rdzenia stalowego oraz jej wartość średnią $Z_{0śr}$ i błąd bezwzględny, jako $\Delta Z_{0śr}=3 \cdot SD$.
4. Otrzymane wartości $R_{śr.}$ i $Z_{śr.}$ oraz $R_{śr}$ i $Z_{0śr}$ podstawiamy do wzorów: $L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_{śr}^{\ 2} - R_{śr}^{\ 2}}$ oraz $L_0 = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_{0śr}^{\ 2} - R_{śr}^{\ 2}}$ i obliczamy współczynniki, odpowiednio, L i L_0 dla częstotliwości prądu zmiennego f = 50 Hz ($\omega = 2\pi f$)
5. Obliczamy przenikalność magnetyczną stali: $\mu = L/L_0$.
6. Przeprowadzamy rachunek błędów pomiarowych:

dla L i L_0 metodą różniczki zupełnej: $\Delta L = \left|\frac{Z}{\omega\sqrt{Z^2 - R_{śr}^{\ 2}}}\right| \Delta Z + \left|\frac{R_{śr}}{\omega\sqrt{Z^2 - R_{śr}^{\ 2}}}\right| \Delta R_{śr}$, gdzie za Z i ΔZ wstawiamy odpowiednio $Z_{śr}$ i $\Delta Z_{śr}$ (dla ΔL) lub Z_0 i $\Delta Z_{0śr}$ (dla ΔL_0).

dla μ - metodą logarytmiczną: $\Delta\mu = \mu\left\{\left|\frac{\Delta L}{L}\right| + \left|\frac{\Delta L_0}{L_0}\right|\right\}$.

7. Zestawiamy otrzymane wartości R, Z, Z_0, L, L_0 i μ z – odpowiednio zaokrąglonymi – błędami bezwzględnymi tych wielkości. Podajemy ich jednostki.