Nr pary	Imię i nazwisko studenta	Wydział kierunek grupa
Data	Imię i nazwisko prowadzącego	Zaliczenie

W6. Badanie sprężystości kości ssaków metodą zginania

Celem ćwiczenia *jest poznanie własności sprężystych kości poddanych działaniu sił zewnętrznych oraz doświadczalne wyznaczenie wartości ich modułu Younga.*

Zagadnienia.
Ciała sprężyste i plastyczne. Naprężenie. Odkształcenia sprężyste: wydłużenie, odkształcenie postaciowe, objętościowe – krótko scharakteryzować. Prawo Hooke'a. Moduł Younga. Ugięcie belki – strzałka ugięcia.

Działanie siły zewnętrznej na ciało prowadzi do jego odkształcenia, czyli zmiany jego rozmiarów i objętości. Wewnątrz materiału sprężystego, w wyniku reakcji na przyłożoną siłę zewnętrzną wytwarza się siła ***sprężystości***, równa, co do wartości, sile deformującej.

W zależności od przyłożonej siły ciało może ulegać odkształceniom trwałym lub nietrwałym. Jeżeli po usunięciu siły odkształcającej ciało powraca do rozmiarów początkowych – mówimy o ***odkształceniu sprężystym.*** Gdy siła przekroczy pewną wartość, zależną od rodzaju materiału, jego formy i sposobu oddziaływania, obserwujemy złamanie elementu lub płynięcie materiału, czyli jego uplastycznienie.

Zgodnie z ***Prawem Hooke'a*** *siła sprężystości F, pojawiająca się przy niewielkich odkształceniach dowolnego typu, jest proporcjonalna do wielkości odkształcenia.*

Stosunek siły sprężystości do wielkości powierzchni S przekroju poprzecznego ciała nazywamy ***naprężeniem.*** Jeżeli siła ta jest skierowana prostopadle do powierzchni mówimy o ***naprężeniu normalnym*** ($\sigma_n = F_n/S$), gdy jest skierowana stycznie do tej powierzchni, mówimy o ***naprężeniu stycznym*** ($\sigma_s = F_S/S$).

Najprostszym odkształceniem jest wydłużenie lub skrócenie elementu pod wpływem naprężenia normalnego. Miarą deformacji jest wówczas ***odkształcenie względne***: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o}$, gdzie Δl jest zmianą długości np. rozciąganego pręta o długości początkowej l_o. Związek między odkształceniem i naprężeniem jest liniowy, zgodnie z ***prawem Hooke'a***: $\sigma_n = E \cdot \varepsilon = E\frac{\Delta l}{l_o}$, gdzie E jest współczynnikiem sprężystości materiału, zwanym ***modułem Younga.*** Jego wartość zależy od materiału i oznacza wielkość naprężenia pod wpływem, którego względne wydłużenie pręta wynosi 1, tzn.: $\Delta l/l_o = 1$, czyli następuje podwojenie jego długości początkowej.

Gdy na ciało działa naprężenie styczne następuje ***odkształcenie postaciowe*** tego ciała, tzn. jego ścinanie lub skręcenie np. o kąt α. Wówczas $\sigma_s = G \cdot \alpha$, gdzie G jest *modułem sztywności* materiału.

Niektóre odkształcenia, z którymi mamy do czynienia w technice lub w przypadku analizy obciążeń działających na układ kostny człowieka czy zwierzęcia można traktować, jako złożenie kilku typów deformacji. Przykładem takiego złożenia jest zginania podłużnego elementu, które badamy w niniejszym ćwiczeniu. Jest on podparty na dwóch końcach, a ugina się pod wpływem siły F, przyłożonej na środku jego długości. Deformacja, jakiej ulega, polega na rozciąganiu jego dolnej warstwy i skracaniu górnych warstw. Najmniejszym odkształceniom ulegają środkowe warstwy,

przeto element konstrukcyjny zapewniający maksymalną sztywność przy jednocześnie niskiej masie ma zwykle formę rury lub innego profilu pustego w środku. Podobnie w przyrodzie: łodygi wysokich roślin trawiastych czy kości ptaków są puste wewnątrz. O sztywności kości ssaków decyduje ich zróżnicowany kształt oraz właściwości zewnętrznej warstwy (tzw. tkanki zbitej), środek zaś pełni inne funkcje fizjologiczne.

Miarą odkształcenia elementu jest tzw. ***strzałka ugięcia x,*** której wielkość zależy od przyłożonej siły F, jego rozmiarów (długości *l,* wysokości *h* i szerokości *b)* oraz od właściwości materiału (poprzez moduł Younga *E*): $x = \frac{l^3}{4Eh^3b}F = AF$. Z powyższego wzoru wynika, że w granicach odkształceń sprężystych ugięcie jest liniową funkcją działającej siły, a współczynnik kierunkowy tej funkcji to $A = \frac{l^3}{4Eh^3b}$.

Materiałem badawczym w ćwiczeniu są podłużne próbki wycięte z powierzchniowej warstwy (tkanki zbitej) kości bydlęcej. Należy zdawać sobie sprawę z tego, że o własnościach mechanicznych kości decydują nie tylko właściwości sprężyste tej tkanki, lecz również specyficzny przekrój i kształt kości dostosowany do typowych obciążeń i naprężeń na nią działających, jak również z tego, że przekroczenie granicy złamania występuje zwykle na skutek dynamicznego złożenia sił ścinających i skręcających.

Wykonanie ćwiczenia

Przyrządy: wsporniki, zaczep z szalką, zestaw odważników, zestaw próbek kostnych, czujnik mikrometryczny zainstalowany na prowadnicy, suwmiarka i miara metrowa.

1. Przy pomocy suwmiarki mierzymy wysokość (***h***) i szerokość (***b***) próbki, wykonując pomiary w kilku punktach na całej jej długości. Mierzymy odległość między punktami podparcia belki (***l***), czyli odległość między wewnętrznymi krawędziami wsporników. Wyniki wpisujemy do Tabeli 2.
2. Umieszczamy próbkę na wspornikach i w środku jej długości zawieszamy szalkę, a następnie opuszczamy czujnik tak, by w wyniku zetknięcia się z próbką, trzpień czujnika zagłębił się w jego obudowie na ok. 3-4mm. W tej pozycji blokujemy czujnik i przekręcamy tarczę czujnika tak, by pozycja 0 jego skali pokryła się z położeniem wskazówki (zerujemy czujnik).
3. Obciążamy belkę nakładając ostrożnie na szalkę odważnik o masie m = 0.1 kg (100g), co daje wartość siły zginającej F = mg = 0.981 N. Odczytujemy strzałkę ugięcia (***x***) obserwując zmianę położenia wskazówki czujnika z dokładnością do 0.01mm. Wyniki wpisujemy do Tabeli 1.
4. Kolejno dokładamy odważniki stugramowe odczytując wartości strzałek ugięcia ***x***. Procedurę obciążania kontynuujemy do wartości siły odpowiadającej masie odważników 0.5 kg.
5. Demontujemy układ przesuwając w pierwszej kolejności czujnik do góry.

Opracowanie wyników

1. Na papierze milimetrowym sporządzamy wykres zależności strzałki ugięcia x danej próbki od wartości siły zginającej F. W zakresie liniowej zależności ***x*** od F wykreślamy prostą poprowadzoną tak, by przechodziła przez jak największą liczbę punktów pomiarowych łącznie z punktem (0,0).
2. Na podstawie wykresu wyznaczamy współczynnik kierunkowy **a** otrzymanej prostej **a** = ……..
3. Uwzględniając wyliczoną wartość **a** oraz wymiary próbki obliczamy moduł Younga:
$$E = \frac{l^3}{4h^3ba}$$
4. Dla próbek o zróżnicowanym przekroju obliczenia z pkt. 3 przeprowadzamy dla kilku zmierzonych wielkości h i b, a następnie obliczamy wartość średnią modułu Younga. Rozrzut otrzymanych wartości E jest miarą niepewności pomiarowej.

Wyniki pomiarów:

Próbka nr……

Tabela 1

masa odważników	siła zginająca ***F*** [N]	ugięcie x [mm]

Tabela 2

l [mm]	h [mm]	b [mm]	moduł Younga E [ ]
		Wartość średnia:	