WYKŁAD 1

1. WPROWADZENIE

1.1. Definicje wstępne

Płyn - ciało o module sprężystości postaciowej równym zero; do płynów zaliczamy ciecze i gazy (brak sztywności)

Ciecz - płyn o małym współczynniku ściśliwości, który zachowując określoną objętość nie zachowuje określonego kształtu; pod działaniem siły ciężkości ciecz rozlewa się i przybiera kształt naczynia w którym się znajduje.

Gaz - płyn, który nie ma własnego kształtu, objętości i swobodnej powierzchni, wykazuje natomiast zdolność samorzutnego rozszerzania się i nieograniczoną dążność do zajmowania jak najwięcej objętości.

1.2. Właściwości cieczy

$$\rho = \frac{m}{V}, \qquad [\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Gęstość - stosunek masy ciała do objętości zajmowanej przez to ciało

Dla wody w przybliżeniu ρ = 1000 kg/m^3.

Ciśnienie. W płynie (cieczy) zawsze występuje ciśnienie, jako rezultat niezliczonych cząsteczkowych "zderzeń" - każda część płynu wyzwala pewną siłę na otaczający płyn lub granice stałe. Ciśnienie jest mierzone jako różnica ciśnień w stosunku do otaczającej atmosfery (p_m). Ciśnienie absolutne (p_{abs}) jest to wartość ciśnienia w stosunku do idealnej próżni:

$$p_{abs} = p_{at} + p_m \tag{1}$$

gdzie: $p_{at} = p_a$ = ciśnienie atmosferyczne

p_m - ciśnienie manometryczne

$[p]$ = N/m^2 = Pa

W praktycznych obliczeniach przyjmuje się wartość ciśnienia atmosferycznego jako tzw. atmosferę techniczną: 1 at = 98 066 Pa = 10,00 m H_2O

Rozszerzalność cieplna - zdolność do zmiany objętości pod wpływem temperatury:

dla t = 10^{o}C i p = 10^5 Pa α_t = 9,003A10^{-5} [1/^{o}C]

Ściśliwość - zdolność cieczy do zmiany objętości pod wpływem ciśnienia.

β - współczynnik ściśliwości

1/β = K - moduł sprężystości objętościowej

dla t = 10^{o}C i p = 10^5 Pa K = 1,961A10^9 . 2A10^9 Pa.

Napięcie powierzchniowe - stawianie oporu na rozciąganie: spójność (kohezja) i przyleganie (adhezja).

σ - stała napięcia powierzchniowego (energii powierzchniowej).

Woda w kontakcie z powietrzem   σ = 0,073 N/m

Lepkość - zdolność cieczy stawiania oporu przy wzajemnym przesuwaniu cząstek względem siebie (rys.1)

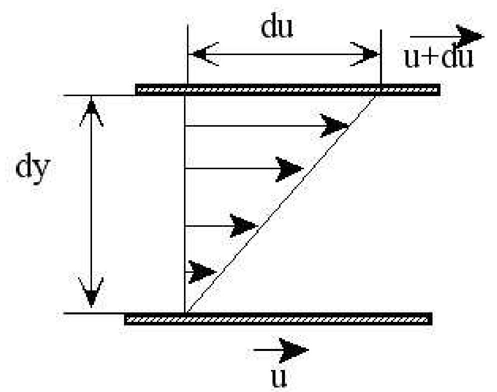
μ - dynamiczny współczynnik lepkości

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy}, \qquad [\mathrm{Pa}] \tag{2}$$

Dla wody przy t = 10^{o}C μ = 1,306A10^{-3} PaAs

Kinematyczny współczynnik lepkości

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \qquad [\mathrm{m^2/s}] \tag{3}$$



Rys. 1. Model lepkości cieczy wg Newtona

Ciecz idealna charakteryzuje się stałą gęstością i brakiem lepkości, tzn.: ρ = const i μ = 0

W teoretycznych rozważaniach hydromechaniki przyjmuje się następującą hipotezę ośrodka ciągłego: gdy z rozpatrywanej przestrzeni wypełnionej cieczą wyodrębniona objętość kontrolna maleje do wielkości nieskończenie małej, cechy zawartej w niej cieczy nie zmieniają się. Pozwala to opisywać właściwości cieczy funkcją ciągłą i określać ich wartości w wybranym punkcie.

1.3. Siły działające w płynach

Wszystkie siły działające na wyodrębnione ciało lub jego część można podzielić na dwie grupy: siły masowe i siły powierzchniowe.

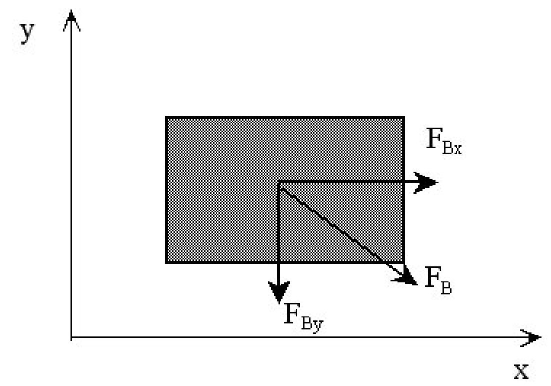
Siły masowe są to siły działające na całą masę płynu i są proporcjonalne do tej masy (por. rys.2); do sił masowych zaliczamy siłę bezwładności, ciężar:

$$F_B = \int_m f_B \cdot dm = \int_V f_B \cdot \rho \cdot dV \tag{4}$$

f_B - jednostkowa siła masowa (m/s^2)

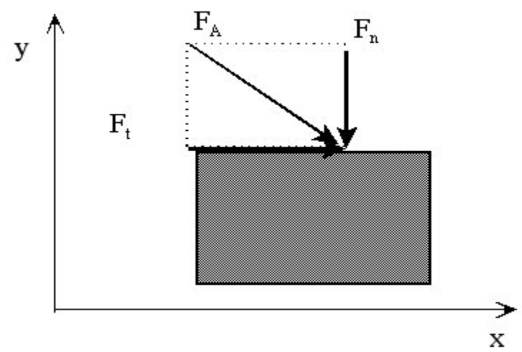
m - masa (kg)

V - objętość (m^3)



Rys. 2. Siły masowe

Siły powierzchniowe działają na powierzchnie ograniczające ciało lub wyodrębniona jego część, np. parcie cieczy na ściankę zbiornika, nacisk tłoka, siła wyporu unosząca statki, siły aerodynamiczne działające na samolot, opory ruchu hamujące przepływ cieczy w przewodzie.



Rys. 3. Siły powierzchniowe

Siła powierzchniowa F_A działająca na powierzchnię A może być dla małej powierzchni ΔA rozłożona na dwie składowe F_n - składowa normalna i F_t składowa styczna (por. rys.3):

$$\frac{F_n}{\Delta A} = \sigma, \quad \frac{F_t}{\Delta A} = \tau \tag{5}$$

2. HYDROSTATYKA

2.1. Równania podstawowe

Hydrostatyka opisuje ciecz będącą w spoczynku lub w ruchu jednostajnym prostoliniowym. Brak tu sił bezwładności oraz sił wynikających z lepkości cieczy (naprężenia styczne τ = 0, σ = p). Warunkiem tak rozumianego spoczynku jest równanie, w którym suma wszystkich działających sił masowych i powierzchniowych równa jest zeru. Równanie to zapisujemy w postaci:

$$dp = \rho\left[(f_B)_x \cdot dx + (f_B)_y \cdot dy + (f_B)_z \cdot dz\right] \tag{6}$$

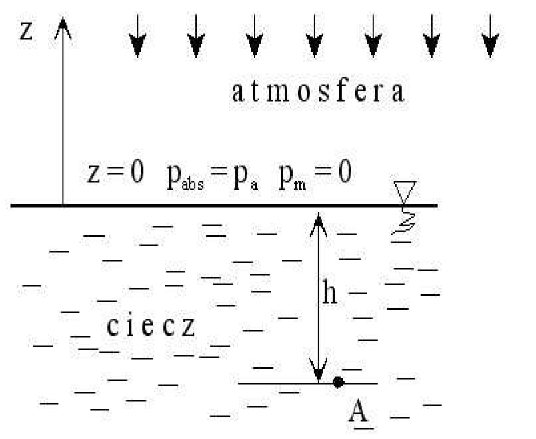
W przypadku działania siły ciężkości jako jedynej siły masowej, tzn. $(f_B)_z = g$, $(f_B)_x = (f_B)_y = 0$, zależność ciśnienia od sił masowych sprowadza się do zależności:

$$dp = -\rho g dz = -\gamma dz \tag{7}$$

co wyraża zmianę ciśnienia p w zależności od zmian wysokości z.

Gdy ρ = const oraz g = const (wielkości te nie zależą od z), całką powyższego równania jest wyrażenie

$$p = -\rho g z + C \tag{8}$$



Rys. 4. Ciśnienie w zbiorniku otwartym

Stałą całkowania C możemy wyznaczyć z warunku: dla $z = 0$, $p = p_o$, stąd równanie (8) przy przyjęciu $-z = h$, przybiera postać:

$$p = p_o + \rho g h \tag{9}$$

Ciśnienie określone wzorem (9) jest **ciśnieniem absolutnym**, jego wartość jest zawsze większa od zera $p = 0$ oznacza absolutną próżnię.

W szczególnym przypadku otwartego zbiornika ciśnienie na powierzchni równe jest ciśnieniu atmosferycznemu, tzn. $p_o = p_a$ (por. rys.4). Bardzo często ograniczamy się do określenia ciśnienia w stosunku do ciśnienia atmosferycznego, czyli wyznaczamy wartość $p_m = p - p_a$ tę wartość ciśnienia wskazują nam przyrządy pomiarowe - manometry, stąd nazywamy to ciśnienie manometrycznym.

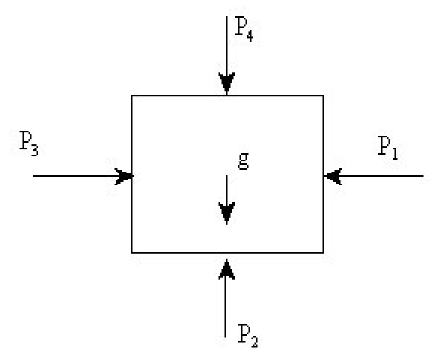
Gdy mamy do czynienia ze zbiornikiem otwartym, gdzie na powierzchni zwierciadła wody panuje ciśnienie atmosferyczne, to ciśnienie manometryczne w dowolnie wybranym punkcie A na głębokości h wynosi:

$$p = \rho g h \tag{10}$$

Z równania wynika, że na określonym poziomie dla h = const ciśnienie jest stałe p = const - są to tzw. powierzchnie ekwipotencjalne. Można także udowodnić, że wartość ciśnienia w danym punkcie nie zależy od orientacji płaszczyzny na którą działa (twierdzenie Eulera) a więc przyjmuje się, że ciśnienie hydrostatyczne jest skalarem

$$p_x = p_y = p_z = p \tag{11}$$

Układ sił jednostkowych działających na wyodrębnioną ciecz będącą w spoczynku przedstawia rys.5, gdzie: $p_3 = -p_4$, $p_1 < p_2$ $\tau = 0$, $f_B = -g$



Rys.5. Siły działające na ciecz będącą w spoczynku

W przypadku gdy gęstość cieczy jest bardzo mała tzn. ρ . 0 (np. gazy), to ciśnienie w każdym punkcie tego płynu jest stałe: *p* = const. (twierdzenie Pascala). Założenie ważności prawa Pascala przyjmujemy także w przypadkach, gdy różnica poziomów jest niewielka w porównaniu z dużymi wartościami ciśnień na powierzchni - ma to praktyczne zastosowanie w prasach i napędach hydraulicznych.

W praktycznych obliczeniach wygodnie jest stosować pojęcie **ciśnienia piezometrycznego** definiowanego jako suma wysokości rozpatrywanego punktu *z* i wysokości ciśnienia $p/\rho g$, wyrażonego w jednostkach długości (m). Gdy do wyznaczenia stałej w równaniu (8) przyjmiemy , że dla z_o znane jest p_o to równanie można wyrazić jako

$$\frac{p\,(z)}{\rho\, g} + z = \frac{p\,(\,z_0\,)}{\rho\, g} + z_0 \qquad (12)$$

Równanie to wykazuje, że dla cieczy będącej w spoczynku ciśnienie piezometryczne jest stałe.

2.2. Parcie na ściankę płaska

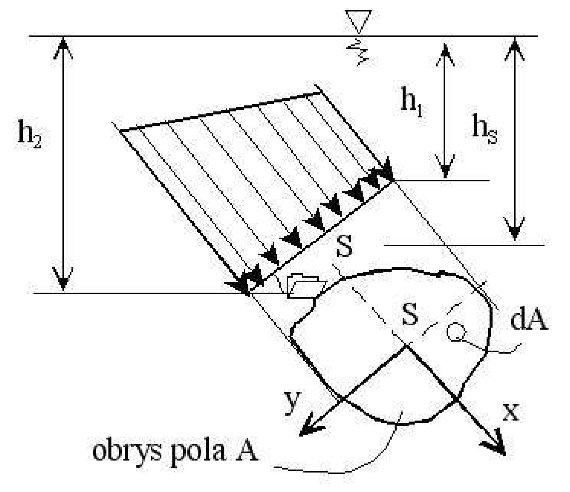
Parciem nazywamy sumaryczną siłę działania cieczy na określoną powierzchnię. Elementarne parcie *dP* działające na elementarną powierzchnię dA wyraża się zależnością

$$d\vec{P} = p d\vec{A} = \rho g h d\vec{A} \qquad (13)$$

Dla powierzchni płaskiej wszystkie elementarne siły

$$P = \int_A p\, dA = \rho g \int_A h dA \qquad (14)$$

mają ten sam kierunek i zwrot, ich suma sprowadza się do sumy algebraicznej.



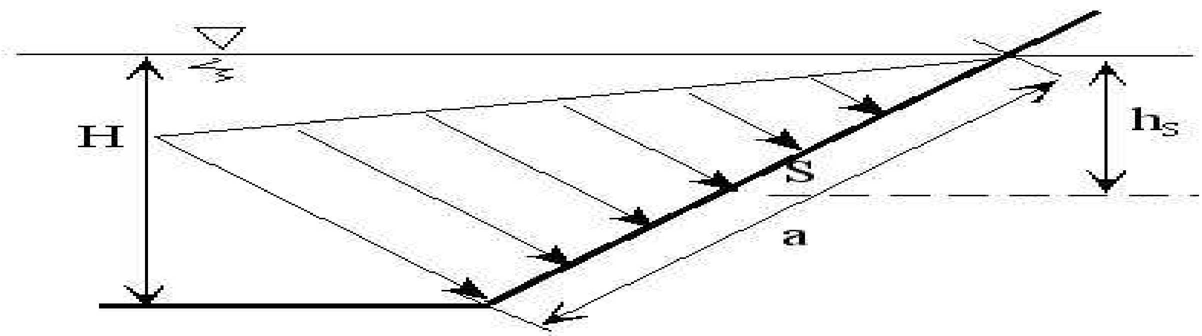
Rys.6. Parcie na ściankę płaską

Całka jest objętością wykresu ciśnień: jest to prostopadłościan o polu podstawy A i zmiennej wysokości *h*. Objętość tę można obliczyć jako iloczyn pola podstawy razy wysokość w środku ciężkości podstawy, czyli

$$P = \rho g h_s \cdot A \tag{15}$$

Wypadkowa parcia (punkt przyłożenia siły wypadkowej) leży poniżej środka ciężkości pola *S* i nazywany jest środkiem parcia S_p.

Dla zagadnienia płaskiego tzn. gdy rozpatrywane pole ma stałą szerokość w kierunku prostopadłym do rysunku (por. rys.7), wypadkową parcia można obliczyć jako iloczyn pola wykresu ciśnień i szerokości ścianki np.:



Rys.7. Parcie na boczną ściankę zbiornika

$$P = \rho g h_s \cdot A = \rho g h_s \cdot ab$$

gdzie:

długość ścianki $a = H/\sin\theta$,

b - szerokość ścianki w kierunku prostopadłym do rysunku,

$h_s = 1/2H$,

stąd

$$P = \frac{1}{2\sin\theta}\rho g b H^2$$

a dla $\theta = 90^o$ parcie jest równe $P = \frac{1}{2}\rho g b H^2$