



Analiza wrażliwości w teście krawędziowego zgniatania

Sensitivity Analysis of Edge Crush Test

TOMASZ GARBOWSKI, ROMAN IMBIEROWICZ

Podczas wykonywania standardowego testu zgniatania krawędziowego próbek z tektury falistej, można zaobserwować trzy mechanizmy zniszczenia: zgniecenie wskutek sekwencyjnego uplastycznienia poszczególnych warstw przekroju, wyboczenie globalne próbki lub wyboczenie lokalne jednej warstwy przekroju, co prowadzi do osłabienia próbki i w efekcie do całkowitej utraty nośności. Wyboczeniu globalnemu najczęściej ulegają próbki o niskim profilu (fala typu F, mikrofala), a wyboczenie lokalne występuje w próbkach o wysokim profilu (fala typu C lub A). W niniejszej pracy autorzy wykorzystali analizę wrażliwości w celu określenia relacji między analitycznie wyznaczoną siłą nośną przekroju tektury falistej w teście zgniatania krawędziowego a parametrami materiałowymi i geometrycznymi poszczególnych papierów składowych. Przedstawione w pracy wnioski systematyzują sposób interpretacji wyników laboratoryjnych, a także wskazują parametry odpowiedzialne za wybrany typ zniszczenia próbki.

Słowa kluczowe: tektura falista, homogenizacja, stateczność, ECT

When performing a standard Edge Crush Test of corrugated board samples one can observe three mechanisms of destruction: crushing by sequential plastic deformation of each cross-sectional layers, the global buckling or local buckling of the cross-section of one layer, which leads to a weakening of the sample, resulting in a total loss of capacity. The global buckling usually appears when low-profile samples (wave F, microwave) are tested, and local buckling occurs in samples with a high profile (wave type C or A). In this study, we used a sensitivity analysis to determine the relationship between the analytically determined strength of corrugated paperboard sample during edge crush test and material parameters as well as geometric components of individual section members. The conclusions intend to systemize the interpretation of laboratory results and also indicate the parameters responsible for the selected type of the sample collapse.

Keywords: corrugated board, homogenization, stability, ECT

Dr inż. **T. Garbowski**, Politechnika Poznańska, Centrum Mechatroniki, Biomechaniki i Nanoinżynierii, ul. Piotrowo 5, 60-695 Poznań; mgr inż. **R. Imbierowicz**, TFP Sp. z o.o., Dzieńmierowo, ul. Katowicka 26, 62-035 Kórnik

Wprowadzenie

Testy i pomiary laboratoryjne stanowią najważniejsze źródło informacji o wybranych właściwościach badanego materiału. W laboratorium można też sprawdzać odpowiedź konstrukcji (wykonanej z danego materiału) na zadane wymuszenie. Niestety, nie zawsze możliwe jest zaprojektowanie eksperymentu w sposób zapewniający jednoznaczną interpretację wyników, szczególnie gdy badany materiał charakteryzuje się skomplikowanym opisem fizycznym. Przykładem takiego materiału jest papier. Ponieważ papier i tektura składają się z ukierunkowanych włókien celulozy, dlatego ich właściwości mechaniczne silnie zależą od kierunku obciążenia. Parametry fizyczne tektury zależą również od tego czy materiał jest ściskany, czy też rozciągany. Oznacza to, że próbka papieru lub tektury obciążona siłą rozciągającą wzdłuż włókien (w kierunku biegu maszyny, *Machine Direction* – MD) ma inną odporność, niż gdyby była obciążona siłą ściskającą. W praktyce obserwuje się prawie dwukrotne różnice między wytrzymałością papieru na rozciąganie i ściskanie. Podobne zachowanie można zaobserwować w przypadku próbki obciążonej w poprzek włókien (w kierunku poprzecznym, *Cross Direction* – CD).

Sztywność papieru i tektury w kierunku włókien jest ponad dwukrotnie większa niż w poprzek włókien oraz około stokrotnie większa niż w kierunku prostopadłym do płaszczyzny. Dodatkowo, maksymalne odkształcenie próbki papieru podczas testu jednoosiowego rozciągania jest znacznie większe, gdy obciążenie przyłożone jest w poprzek włókien. Innym ważnym elementem charakterystycznym dla papieru jest silna zależność jego właściwości mechanicznych od temperatury i wilgotności. Do listy cech papieru można jeszcze dodać charakterystyczne pęcznienie pod wpływem długotrwałego obciążenia oraz inne efekty lepkie (zależne od czasu) występujące w tym materiale.

Wymienione powyżej wybrane cechy papieru i tektury powodują, że interpretacja wyników eksperymentalnych wykonanych w laboratorium nie jest jednoznaczna. Na przykład test zgniatania przy krótkim wpięciu (*Short Span Compression Test* – SCT), mimo

że został zaprojektowany tak, aby wyeliminować wady testu zgniatania próbki w kształcie okręgu (*Ring Compression Test – RCT*), nadal budzi wątpliwości. Pomiar popularnego wskaźnika SCT dotyczy bowiem odpowiedzi strukturalno-materiałowej próbki (pomimo jej niewielkiej wysokości wynoszącej 0,7 mm), gdzie efekt wybożenia (załamania włókien) nie powinien być pomijany. Inny istotny problem w interpretacji wyników występuje podczas testu czteropunktowego zginania próbek z tekstury falistej, w którym bardzo wyraźnie uwidacznia się efekt pełzania (*creep*), czyli permanentnego przyrostu odkształceń przy stałym obciążeniu.

Inny ważny problem interpretacji wyników laboratoryjnych dotyczy testu odporności na zgniatanie krawędziowe (*Edge Crush Test – ECT*). Choć nazwa eksperymentu wskazuje na pomiar efektów plastycznych związanych ze zgniataniem przekroju, to nie zawsze podczas badania rejestrowana jest siła zgniatająca. Pomimo iż próbki wykorzystywane w teście ECT są stosunkowo krótkie (25 mm), to przy niskich przekrojach (poniżej 1,5 mm) można zaobserwować globalne wybożenie próbki, co oznacza, że mierzona jest siła krytyczna, a nie siła zgniatająca przekroju. W przypadku próbek o wysokim przekroju (powyżej 3 mm) podczas testu może wystąpić wybożenie lokalne ścianek przekroju (głównie warstw płaskich przekroju tekstury falistej), prowadzące do zaburzenia odpowiedzi plastycznej przekroju.

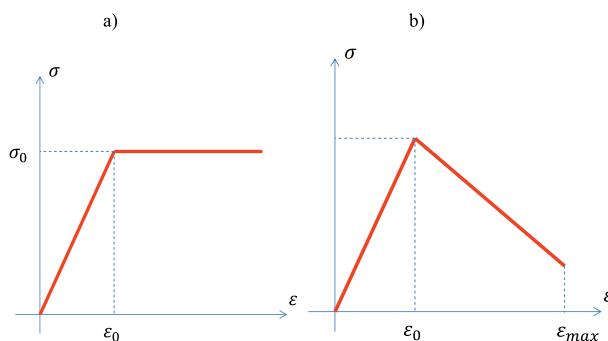
Przedstawione wątpliwości związane z interpretacją wyników skłoniły autorów do uważnego przyjrzenia się wynikom testów ECT próbek trzywarstwowej tekstury falistej o różnych wysokościach fali. Autorzy wybrali test zgniatania krawędziowego z uwagi na jego popularność oraz rolę, jaką pełni w szacowaniu odporności na ściskanie całego pudła (1-2).

Sformułowanie zagadnienia

Metoda analityczna wyznaczania siły zgniatania krawędziowego (w pracy roboczo nazwanej indeksem ECT) oparta jest na teorii plastyczności. Do obliczeń przyjęto, że zachowanie każdej z warstw przekroju tekstury falistej jest liniowo-sprężyste do momentu osiągnięcia granicy sprężystości (uzyskanej z testu SCT). Aby oszacować górną granicę indeksu ECT (ECT_{max}) przyjęto, że materiał po uplastycznieniu przechodzi w stan perfekcyjno-plastyczny bez wzmocnienia (szczegóły na rysunku 1a). Aby wyznaczyć dolną granicę oszacowania indeksu ECT (ECT_{min}) przyjęto, że materiał po osiągnięciu granicy sprężystości ulega bardzo szybkiemu osłabieniu, $\varepsilon_{max} \rightarrow \varepsilon_0$ (rysunek 1b). W rzeczywistości wartość odkształcenia przy pełnym zniszczeniu próbki (ε_{max}) jest większa od wartości granicznego odkształcenia sprężystego (ε_0) dlatego faktyczna odpowiedź układu zazwyczaj zawiera się pomiędzy dolną i górną granicą oszacowania indeksu ECT.

Oszacowanie dolne indeksu ECT dla trzywarstwowej konstrukcji tekstury falistej można wyznaczyć z następującej zależności:

$$ECT_{min} = \min(\varepsilon_0^i) \sum_{i=1}^3 E_i \alpha_i t_i \quad [1]$$



Rys. 1. Zależności odkształcenie-napężenie: a) sprężysto-perfekcyjnie-plastyczna, b) sprężysto-plastyczna z osłabieniem

gdzie ε_0^i jest granicznym odkształceniem sprężystym i -tej warstwy, E_i – modułem sztywności w kierunku CD i -tej warstwy, α_i – współczynnikiem rozwinięcia i -tej warstwy, t_i – grubością i -tej warstwy. Graniczne odkształcenie sprężyste i -tej warstwy można obliczyć z prostej zależności:

$$\varepsilon_0^i = \frac{\sigma_0^i}{E_i} \quad [2a]$$

natomiast graniczną wartość napężenia można oszacować bezpośrednio z testu SCT:

$$\sigma_0^i = \frac{SCT_i}{t_i} \quad [2b]$$

Współczynnik rozwinięcia dla warstw płaskich wynosi 1, natomiast dla warstwy pofalowanej można wyznaczyć z zależności całkowitej:

$$\alpha_1 = \alpha_3 = 1; \quad \alpha_2 = \frac{1}{P} \int_0^P \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx}\right)^2} dx \quad [3]$$

Przy założeniu, że kształt pofalowania opisany jest funkcją sinusa:

$$f(x) = \frac{h_f}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{P}\right) \quad [4]$$

gdzie, P jest okresem fali, h_f – wysokością netto pofalowania:

$$h_f = H - \sum_{i=1}^3 t_i \quad [5]$$

równanie [3] przyjmuje postać:

$$\alpha_2 = \frac{1}{P} \int_0^P \sqrt{1 + \left(\frac{h_f \pi}{P} \cos\left(\frac{2\pi x}{P}\right)\right)^2} dx \quad [6]$$

Wartość oszacowania górnego indeksu ECT wyznaczamy z sumy iloczynów wskaźników SCT i współczynników rozwinięcia poszczególnych warstw przekroju:

$$ECT_{max} = \sum_{i=1}^3 SCT_i \alpha_i \quad [7]$$



Globalna siła krytyczna przekroju może być wyznaczona z równania różniczkowego opisującego zginanie jednowarstwowej (zhomogenizowanej) ortotropowej płyty obciążonej na dwóch przeciwległych krawędziach siłą równomiernie rozłożoną, przy jednoczesnym pominięciu sprzężenia pomiędzy zginaniem i ścisaniem. Przy założeniu, że próbka podparta jest przegubowo na dwóch równomiernie obciążonych krawędziach i jest swobodna na pozostałych krawędziach równanie różniczkowe upraszcza się do następującej formy (szczegóły przekształcenia można znaleźć w pracach (3-4)):

$$P_{cr} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \bar{D}_{22} \quad [8]$$

gdzie L jest wysokością próbki i wynosi tutaj zawsze 25 mm, natomiast \bar{D}_{22} jest zhomogenizowaną sztywnością całego przekroju na zginanie w kierunku CD. Zakładając, że warstwa płaska zewnętrzna ma indeks 1, warstwa pofalowana oznaczona jest indeksem 2, a warstwa płaska wewnętrzna – indeksem 3, sztywność \bar{D}_{22} można wyznaczyć z uproszczonej zależności:

$$\bar{D}_{22} = E_1 t_1 \left(\frac{H - t_1}{2}\right)^2 + \frac{E_2}{P} \int_0^P t'_2(x) f(x)^2 dx + \quad [9]$$

$$+ E_3 t_3 \left(\frac{H - t_3}{2}\right)^2$$

gdzie grubość $t'_2(x)$ wyrażona jest następującym wzorem:

$$t'_2(x) = \frac{t_2}{\cos(\theta(x))} \quad [10]$$

W równaniu [9] wszystkie wartości sztywności E_i wyznaczone są w kierunku CD. Szczegóły wyznaczania wartości sztywności przekroju zhomogenizowanego tektury falistej można znaleźć w pracach (5-6).

W celu wyznaczenia lokalnej siły krytycznej poszczególnych warstw można, podobnie jak w przypadku obliczeń globalnej siły wyboconeniowej, skorzystać z równań różniczkowych zginania płyty jednorodnej. W tym przypadku podparcie płyty na wszystkich krawędziach jest przegubowe, a obciążenie równomiernie rozłożone działa wzdłuż długości płyty (L). Po niezbędnych uproszczeniach równanie opisujące lokalną siłę krytyczną i -tej warstwy można zapisać w następujący sposób:

$$P_{cr}^i = \left(\frac{\pi}{B_i}\right)^2 D_{22}^i \left[D_{11}^i \left(\frac{m B_i}{L}\right)^2 + 2D_2^i + \left(\frac{L}{B_i m}\right) \right] \quad [11]$$

gdzie m jest ilością półfal, dla której równanie [11] osiągnie wartość minimalną; B_i jest szerokością analizowanego fragmentu płyty i wynosi odpowiednio:

$$B_1 = B_3 = P; B_2 = \alpha_2 \frac{P}{2} \approx \sqrt{H^2 + \left(\frac{P}{2}\right)^2} \quad [12]$$

Współczynniki sztywności i -tej warstwy D_1^i oraz D_2^i wyznaczamy z zależności:

$$D_1^i = \frac{D_{11}^i}{D_{22}^i}; D_2^i = \frac{D_{12}^i + 2D_{66}^i}{D_{22}^i} \quad [13]$$

gdzie komponenty D_{jk}^i obliczamy dla i -tej warstwy w następujący sposób:

$$D_{11}^i = \frac{E_1^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \frac{t_i^3}{12}; D_{22}^i = \frac{E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \frac{t_i^3}{12} \quad [14a]$$

$$D_{12}^i = \frac{\nu_{21}^i E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \frac{t_i^3}{12}; D_{66}^i = G_{12}^i \frac{t_i^3}{12} \quad [14b]$$

Po uwzględnieniu zależności [14] równanie [13] upraszcza się do następującej formy:

$$D_1^i = \frac{E_1^i}{E_2^i}; D_2^i = \nu_{21}^i + \frac{G_{12}^i}{E_2^i} (1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i) \quad [15]$$

Wszystkie niezerowe komponenty sztywności na zginanie i -tej warstwy tworzą macierz:

$$\mathbf{D}^i = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}_i \quad [16]$$

Ostatecznie otrzymaliśmy cztery proste przypadki zniszczenia próbki, które mogą zaistnieć podczas testu ECT. Nie wyczerpują one oczywiście wszystkich możliwych scenariuszy, ale stanowią solidną podstawę do przeprowadzenia analizy wrażliwości.

Analiza wrażliwości jest w niniejszej pracy wykorzystana w celu sprawdzenia, które parametry mają największy wpływ na wytypowane cztery przypadki zniszczenia. W każdym wariancie aktywne są inne zestawy parametrów materiałowych i geometrycznych poszczególnych papierów składowych. W wariancie pierwszym i drugim zakłada się, że zniszczenie jest efektem uplastycznienia przekroju. Dolne i górne oszacowanie indeksu ECT zależą od następujących parametrów:

$$ECT_{min} \rightarrow \{SCT_i, t_i, E_i, H, P\} \quad [17a]$$

$$ECT_{max} \rightarrow \{SCT_i, H, P\} \quad [17b]$$

W wariancie trzecim i czwartym utrata nośności próbki następuje wskutek utraty stateczności globalnej lub lokalnej. W obu wariantach aktywne są następujące parametry:

$$P_{cr} \rightarrow \{t_i, E_2^i, H, P\} \quad [18a]$$

$$P_{cr}^i \rightarrow \{t_i, E_1^i, E_2^i, \nu_{12}^i, G_{12}^i, H, P\} \quad [18b]$$

Znormalizowane wartości wrażliwości poszczególnych wariantów wyznaczamy z następującej zależności:

$$s_k^i = \frac{\partial F_k}{\partial x_i} \frac{x_i}{F_k} \approx \frac{\Delta F_k}{\Delta x_i} \frac{x_i}{F_k} \cong \left(\frac{F_k^i}{F_k} - 1\right) \frac{1}{\delta} \quad [19]$$



Tabela 1. Model E – parametry materiałowe i grubości poszczególnych papierów składowych

| Warstwa | E_{MD} [MPa] | E_{CD} [MPa] | ν_{CDMD} [-] | G_{MDCD} [MPa] | Grubość [mm] |
|--------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|-----------------|
| warstwa zewnętrzna | 5280 | 1824 | 0.17 | 1201 | 0.25 |
| warstwa pofalowana | 4783 | 1652 | 0.17 | 1088 | 0.23 |
| warstwa wewnętrzna | 5280 | 1824 | 0.17 | 1201 | 0.25 |

Tabela 2. Model B – parametry materiałowe i grubości poszczególnych papierów składowych

| Warstwa | E_{MD} [MPa] | E_{CD} [MPa] | ν_{CDMD} [-] | G_{MDCD} [MPa] | Grubość [mm] |
|--------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|-----------------|
| warstwa zewnętrzna | 5280 | 1824 | 0.17 | 1201 | 0,25 |
| warstwa pofalowana | 4783 | 1652 | 0.17 | 1088 | 0,23 |
| warstwa wewnętrzna | 5280 | 1824 | 0.17 | 1201 | 0,25 |

Tabela 3. Model C – parametry materiałowe i grubości poszczególnych papierów składowych

| Warstwa | E_{MD} [MPa] | E_{CD} [MPa] | ν_{CDMD} [-] | G_{MDCD} [MPa] | Grubość [mm] |
|--------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|-----------------|
| warstwa zewnętrzna | 4889 | 1689 | 0,17 | 1112 | 0,27 |
| warstwa pofalowana | 4583 | 1583 | 0,17 | 1042 | 0,24 |
| warstwa wewnętrzna | 4889 | 1689 | 0,17 | 1112 | 0,27 |

gdzie: x_i jest i-tym parametrem, F_k – siłą krytyczną k-tego wariantu, F_k^i – siłą krytyczną k-tego wariantu przy perturbacji i-tego parametru, \bar{F}_k – referencyjną wartością siły krytycznej k-tego wariantu, a δ jest perturbacją parametru (wartość przyjęta a priori, $\delta = 10\%$). Szczegóły dotyczące praktycznego zastosowania analizy wrażliwości można znaleźć np. w pracach (7, 8).

Modele obliczeniowe

W celu przeprowadzenia kompleksowej analizy wrażliwości wykonana została seria testów numerycznych ECT (*Edge Crush Test*) na próbkach o standardowych wymiarach 25x100 mm. Wszystkie próbki wykonano z tektury 3-warstwowej w następujących konfiguracjach:

- Model E (typ fali E):
 - warstwa zewnętrzna – TL 3120
 - warstwa pofalowana – W 100
 - warstwa wewnętrzna – TL3 120
 - wysokość przekroju: 1,4 mm
 - podziałka (okres) fali: 3,3 mm
- Model B (typ fali B):
 - warstwa zewnętrzna – TL3 120
 - warstwa pofalowana – W 100
 - warstwa wewnętrzna – TL3 120
 - wysokość przekroju: 2,6 mm

podziałka (okres) fali: 6,0 mm

- Model C (typ fali C):
 - warstwa zewnętrzna – KP2 135
 - warstwa pofalowana – W 110
 - warstwa wewnętrzna – TL3 135
 - wysokość przekroju: 3,5 mm
 - podziałka (okres) fali: 7,5 mm

Parametry materiałowe wszystkich trzech modeli E, B, C zestawiono w tabelach 1-3.

Wartości parametrów materiałowych poszczególnych warstw wyznaczono na podstawie specyfikacji technicznych firmy Mondi, która określa tzw. wskaźnik sztywności rozciągania *Tensile Stiffness Index* (TSI) dla poszczególnych papierów zarówno w kierunku podłużnym (TSI_{MD}), jak i w kierunku poprzecznym (TSI_{CD}). Znając TSI, gramaturę tektury (g_i) oraz jej grubość (t_i) można łatwo wyznaczyć sztywność podłużną poszczególnych papierów w kierunku MD oraz CD:

$$E_{MD}^i = \frac{TSI_{MD}^i g_i}{t_i}, E_{CD}^i = \frac{TSI_{CD}^i g_i}{t_i} \quad [20]$$

a następnie z uproszczonych równań (9) wyliczyć sztywność poprzeczną (G_{12}^i) poszczególnych papierów oraz współczynniki Poissona:

$$\nu_{MDCD}^i \cong 0,293 \sqrt{\frac{E_1^i}{E_2^i}}, \nu_{CDMD}^i = \frac{E_2^i}{E_1^i} \nu_{MDCD}^i \quad [21a]$$

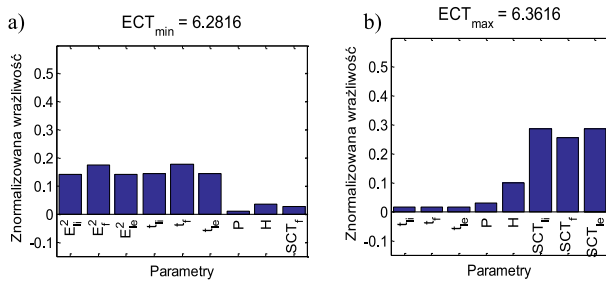
$$G_{MDCD}^i \cong \frac{\sqrt{E_{MD}^i E_{CD}^i}}{2 \left(1 + \sqrt{\nu_{MDCD}^i \nu_{CDMD}^i} \right)} \cong 0,387 \sqrt{E_{MD}^i E_{CD}^i} \quad [21b]$$

Wyniki i dyskusja

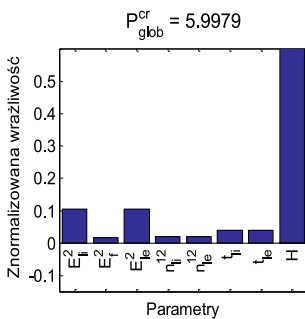
Wszystkie wyniki dla trzech typów próbek zestawiono w formie znormalizowanych wykresów słupkowych. Dzięki temu łatwo można porównać wpływ poszczególnych parametrów w obrębie wybranego wariantu zniszczenia, a także pomiędzy różnymi wariantami. Na wszystkich wykresach wykorzystano ujednolicone oznaczenia: li – warstwa płaska wewnętrzna, f – warstwa pofalowana, le – warstwa płaska zewnętrzna, indeks górny 1 lub 2 oznacza kierunek: 1 – MD, 2 – CD.

Na rysunkach 2-4 przedstawiono znormalizowane wartości wrażliwości dolnego i górnego oszacowania indeksu ECT (rys. 2), wrażliwość globalnej siły krytycznej (rys. 3) oraz wrażliwości lokalnych sił wyboczeniowych warstw płaskich oraz pofalowanej (rys. 4) modelu E.

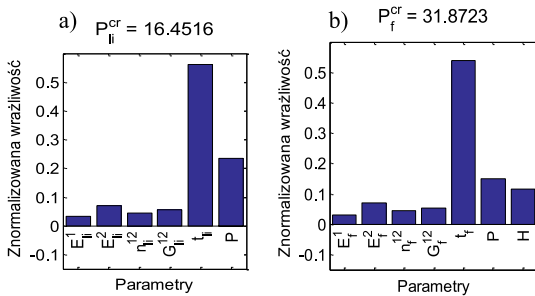
Rysunki 5-7 przedstawiają znormalizowane wartości wrażliwości dolnego i górnego oszacowania indeksu ECT (rys. 5), wrażliwość globalnej siły krytycznej (rys. 6) oraz wrażliwości lokalnych sił wyboczeniowych warstw płaskich oraz pofalowanej (rys. 7) modelu B.



Rys. 2. Znormalizowana wrażliwość dolnego i górnego oszacowania indeksu ECT w modelu E: a) dolne oszacowanie, b) górne oszacowanie



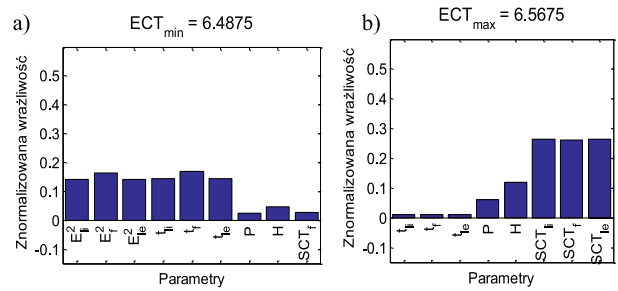
Rys. 3. Znormalizowana wrażliwość globalnej siły krytycznej w modelu E



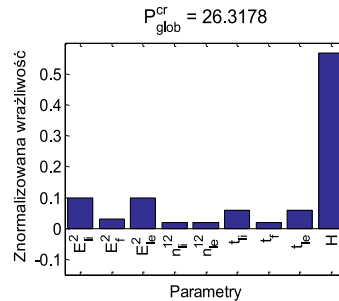
Rys. 4. Znormalizowane wrażliwości lokalnej siły krytycznej w modelu E: a) warstwa płaska zewnętrzna i wewnętrzna, b) warstwa pofalowana

Rysunki 8-10 przedstawiają znormalizowane wartości wrażliwości dolnego i górnego oszacowania indeksu ECT (rys. 8), wrażliwość globalnej siły krytycznej (rys. 9) oraz wrażliwości lokalnych sił wybocheniowych warstw płaskich oraz pofalowanej (rys. 10) modelu C.

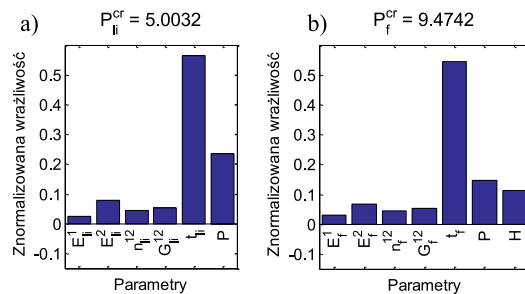
Wrażliwość oszacowania dolnego we wszystkich modelach obliczeniowych (rys. 2a, 5a, 8a), pomimo różnych wysokości i okresów fali warstwy pofalowanej, mają bardzo zbliżone wartości. W każdym przypadku parametry sztywności w kierunku CD wszystkich warstw oraz ich grubości mają największy wpływ na wartość oszacowania. Podziałka i wysokość fali oraz indeks SCT najsłabszej warstwy mają niewielki wpływ na oszacowanie. W przypadku oszacowania górnego indeksu ECT dla wszystkich trzech modeli (rys. 2b, 5b, 8b), wrażliwość względem indeksów SCT wszystkich warstw przekroju jest najwyższa. Parametry geometryczne pofalowania w tym przypadku mają dwukrotnie



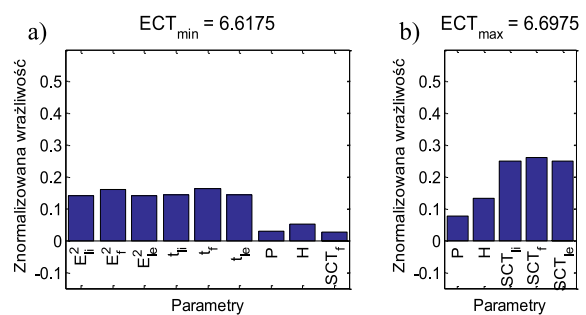
Rys. 5. Znormalizowana wrażliwość dolnego i górnego oszacowania indeksu ECT w modelu B: a) dolne oszacowanie, b) górne oszacowanie



Rys. 6. Znormalizowana wrażliwość globalnej siły krytycznej w modelu B



Rys. 7. Znormalizowane wrażliwości lokalnej siły krytycznej w modelu B: a) warstwa płaska zewnętrzna i wewnętrzna, b) warstwa pofalowana



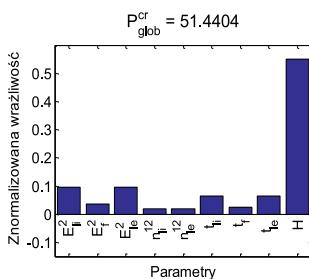
Rys. 8. Znormalizowana wrażliwość dolnego i górnego oszacowania indeksu ECT w modelu C: a) dolne oszacowanie, b) górne oszacowanie

mniejszy wpływ na wartość oszacowania górnego niż parametry. Wrażliwość siły krytycznej, podobnie jak w przypadku indeksu ECT, dla wszystkich trzech modeli (rys. 3, 6, 9) jest bardzo podobna – ok. 60% wpływu na wartość siły krytycznej przypada dla parametru określającego wysokość fali w przekroju, ok. 20%

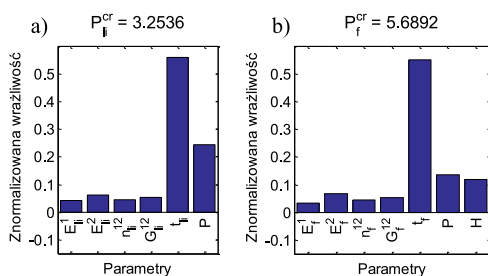


Tabela 4. Wartości referencyjne indeksów ECT oraz sił krytycznych [kN/m] modelu E, B oraz C

| Warstwa | Model E | Model B | Model C |
|---|---------|---------|---------|
| Dolne oszacowanie indeksu ECT | 6,28 | 6,49 | 6,62 |
| Górne oszacowanie indeksu ECT | 6,36 | 6,57 | 6,69 |
| Globalna siła krytyczna | 6,00 | 26,32 | 51,44 |
| Lokalna siła krytyczna – warstwa pofalowana | 16,45 | 5,00 | 3,25 |
| Lokalna siła krytyczna – warstwy płaskie | 31,87 | 9,47 | 5,69 |



Rys. 9. Znormalizowana wrażliwość globalnej siły krytycznej w modelu C



Rys. 10. Znormalizowane wrażliwości lokalnej siły krytycznej w modelu C: a) warstwa płaska zewnętrzna i wewnętrzna, b) warstwa pofalowana

przypadka na sztywność warstw płaskich. Pozostałe parametry mają marginalny wpływ na globalną siłę krytyczną. Podobnie jak w pozostałych przykładach, również w przypadku wrażliwości lokalnych sił wyboczeniowych poszczególnych warstw tektury falistej dla wszystkich trzech modeli (rys. 4, 7, 10) otrzymujemy bardzo podobne rozkłady wpływu parametrów na wartość siły krytycznej. W tym przypadku najważniejszym parametrem jest grubość warstwy oraz, w mniejszym stopniu, parametry geometryczne fali warstwy pofalowanej. Parametry materiałowe w tym przykładzie mają niewielki wpływ na wartość krytyczną siły wyboczeniowej.

W tabeli 4 zestawiono wszystkie referencyjne wartości oszacowań górnych i dolnych indeksu ECT, globalnych sił krytycznych oraz lokalnych sił wyboczeniowych wszystkich trzech modeli obliczeniowych. Pomimo, iż mamy do czynienia z innymi modelami zniszczenia dla każdej próbki to jakościowe rozkłady wrażliwości sił krytycznych i indeksów ECT względem parametrów materiałowych i geometrycznych są bardzo podobne.

W pracy przedstawiono wyniki analizy wrażliwości w kontekście poszukiwania relacji pomiędzy siłą zgniatania krawędziowego próbki tektury falistej w teście ECT, a parametrami poszczególnych warstw przekroju. Zdefiniowano cztery mechanizmy zniszczenia próbki (warianty) oparte na klasycznej teorii plastyczności oraz teorii sprężystego wyboczenia płyt jednorodnych. Każdy z wariantów poddany został szczegółowej analizie wrażliwości, dzięki której określono ilościowo wpływ poszczególnych parametrów na wybrany typ zniszczenia próbki.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że dla próbek o stosunkowo niskim przekroju można spodziewać się wyboczenia globalnego przed wystąpieniem jakichkolwiek efektów uplastycznienia przekroju. Natomiast dla próbek o stosunkowo wysokim przekroju (fala C lub A) często obserwujemy wyboczenie lokalne ścianek warstw płaskich tektury falistej co zaburza procesy uplastycznienia i skutkuje dodatkowym osłabieniem przekroju.

Pomimo dużych różnic wymiarów geometrycznych badanych próbek, wrażliwość siły krytycznej i/lub indeksu ECT nie różni się znacznie w modelu E, B oraz C. Z analiz wynika, że wyboczenie zarówno lokalne jak i globalne zależą w większym stopniu od parametrów geometrycznych, tzn. od wysokości przekroju (H), podziałki fali (P) oraz grubości poszczególnych warstw tektury falistej. Parametry materiałowe, w szczególności E_i , SCT_i , a także grubości poszczególnych warstw i w mniejszym stopniu wysokość przekroju, i podziałka fali mają wyraźny wpływ na wartość indeksu ECT.

LITERATURA

- Garbowski T., Jarmuszcak M.: "Numerical Strength Estimate of Corrugated Board Packages Part 1. Theoretical Assumptions in Numerical Modeling of Paperboard Packages", *Przegl. Papiern.* **70**, 4, 219-222 (2014).
- Garbowski T., Jarmuszcak M.: "Numerical Strength Estimate of Corrugated Board Packages Part 2. Experimental Tests and Numerical Analysis of Paperboard Packages", *Przegl. Papiern.* **70**, 5, 277-281 (2014).
- Timoshenko S.P., Gere J.M.: „Theory of elastic stability”, McGraw-Hill, 1963.
- Garbowski T., Borysiewicz, A.: „The stability of corrugated board packages”, *Przegl. Papiern.* **70**, 8, 452-458 (2014).
- Garbowski T., Jarmuszcak M.: "Homogenization of corrugated paperboard. Part 1. Analytical homogenization", *Przegl. Papiern.* **70**, 6, 345-349 (2014).
- Garbowski T., Jarmuszcak M.: "Homogenization of Corrugated Paperboard. Part 2. Numerical homogenization", *Przegl. Papiern.* **70**, 7, 390-394 (2014).
- Garbowski T., Maier G., Novati G.: "On 15. calibration of orthotropic elastic-plastic constitutive models for paper foils by biaxial tests and inverse analyses", *Struc. Multidisciplinary Optimization* **46**, 1, 111-128 (2012).
- Maier G., Buljak V., Garbowski T., Cocchetti, G., Novati G.: "Mechanical characterization of materials and diagnosis of structures by inverse analyses: some innovative procedures and applications", *Int. J. Computational Methods* **11**, 3, 1343002 (2014).
- Baum G.A., Brennan D.C., Habeger C.C.: „Orthotropic Elastic Constants of Paper”, *Tappi J.* **64**, 8, 97-101 (1981).

Artykuł recenzowany