

# Analiza wrażliwości siły krytycznej w teście zgniatania pudła z tektury falistej

## The Sensitivity Analysis of Critical Force in Box Compression Test

TOMASZ GARBOWSKI, GRACJAN PRZYBYSZEWSKI

*W pracy przedstawiono szczegółową analizę stateczności globalnej pudeł klapowych typu FEFCO. Do analizy przyjęto, że pudła wykonane są z tektury falistej 3- lub 5-warstwowej. Warstwy pofalowane przekroju (fluting), z uwagi na ich periodyczność, są homogenizowane (tj. wyznaczane są zastępcze parametry efektywne warstwy), przez co analiza jest znacznie efektywniejsza. W pracy zaprezentowano również wyniki analizy wrażliwości siły wyboczeniowej względem parametrów materiałowych oraz geometrycznych przekroju. Analiza wrażliwości przeprowadzona w wielu punktach przestrzeni parametrów modelu obliczeniowego, pozwala na wyciągnięcie szczegółowych wniosków dotyczących wpływu poszczególnych parametrów warstw przekroju i ich geometrii na globalne zachowanie pudła.*

*Słowa kluczowe: tektura falista, homogenizacja, stateczność, BCT*

*The paper presents a detailed analysis of global stability of FEFCO boxes. The analysis assumed that the boxes are made of corrugated cardboard with 3 or 5 layers. The flute cross sections (fluting), due to their periodicity are homogenized (i.e. the effective parameters are calculated) therefore the analysis is much more efficient. The paper presents the results of a sensitivity analysis of buckling strength with respect to material parameters and geometry of the section. The sensitivity analysis carried out at several points in the parameter space of computational model allows to draw detailed conclusions concerning the influence of individual parameters of each sectional layers and their geometry to the global behavior of the box.*

*Keywords: corrugated cardboard, homogenization, stability, BCT*

### Wprowadzenie

Wyboczenie globalne związane jest bezpośrednio z utratą stateczności przekroju i polega na gwałtownym przejściu z początkowej postaci deformacji związanej z osiowym ściskaniem do postaci związanej ze zginaniem. Dzieje się tak, ponieważ oś ściskanego elementu traci kształt prostoliniowy, co prowadzi do gwałtownej redystrybucji sił wewnętrznych, wzrostu naprężeń oraz niekontrolowanego przyrostu przemieszczeń elementu. Do badania tego typu zjawisk nie nadają się teoria pierwszego rzędu (tj. teoria małych deformacji), ponieważ w analizie należy również uwzględnić wpływ odkształceń wywołanych przez te obciążenia na rozkład sił wewnętrznych. Zjawisko to jest bardzo niebezpieczne, ponieważ nie jest ono w żaden sposób sygnalizowane przez konstrukcję, zachodzi bardzo gwałtownie oraz często prowadzi do silnego osłabienia konstrukcji i w efekcie do jej zniszczenia. Wyboczenie globalne ma bardzo istotny wpływ na nośność ściskanych, smukłych i gabarytowych pudeł tekturowych. W literaturze można znaleźć wiele prac opisujących zjawisko wyboczenia w kontekście różnorodnych konstrukcji inżynierskich wykonanych z różnych materiałów: od ściskanych elementów stalowych lub żelbetonowych wykorzystywanych w budownictwie (1) do ortotropowych, wielowarstwowych kompozytów wykorzystywanych w przemyśle lotniczym i samochodowym. Niestety nie ma zbyt wielu prac, oprócz (2, 3) dotyczących bezpośrednio zagadnienia wyboczenia tektury litej czy falistej. W niniejszej pracy przeanalizowane zostaną istotne czynniki materiałowe i geometryczne przekroju ściany pudła, które

Dr inż. **T. Garbowski**, inż. G. Przybyszewski, Politechnika Poznańska, Centrum Mechatroniki, Biomechaniki i Nanoinżynierii, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań

bezpośrednio wpływają na siłę krytyczną wywołującą wyboczenie globalne ściany pudła klapowego typu FEFCO.

Przed sformulowaniem zagadnienia należy przyrzeć się ważnym zjawiskom wywołującym wyboczenie. Teoretycznie jeżeli oś smukłego elementu ściskanego (w tym przypadku pionowe ściany pudła) jest idealnie prosta, a siły obciążające działają w środku ciężkości przekroju prostopadle do niego, to wysokość analizowanego elementu nie ma znaczenia, a jego zniszczenie zachodzi w momencie wyczerpania nośności przekroju na ściskanie (tj. w chwili zmiążdżenia lub krawędziowego zgniecenia elementu). W rzeczywistości bardzo trudno jest uzyskać tak idealne warunki nawet w laboratorium, a zakładanie takiego schematu pracy konstrukcji w warunkach przemysłowych jest bardzo niebezpieczne. Jest to wywołane wszechobecnymi imperfekcjami (tj. odstępstwami od idealnego stanu konstrukcji), które mogą wynikać z: niedokładności geometrycznych powodujących zakrzywienie osi elementu (fódkowanie), deformację kształtu przekroju itp.; niecentrycznego przyłożenia obciążenia zewnętrznego (np. nieosiowe ułożenie pudeł w stosie); nieprawidłowości związanych z wykonaniem elementów składowych konstrukcji (niejednorodność materiału na szerokości rolki papieru) lub niedokładnego złożenia/sklejenia konstrukcji pudła.

Papier i tektura lita to materiał, w którym można znaleźć wiele źródeł potencjalnych imperfekcji, niemają one wpływu na heterogeniczność materiału ma również sama struktura włókien celulozy, proces produkcji wstęgi papieru oraz lokalne zmiany wilgotnościowe czy temperaturowe. Jeżeli do tego wszystkiego dojdzie jeszcze: skomplikowany proces klejenia konstrukcji wielowarstwowych tektur falistych na tekturkach, mechaniczny proces składania i sklejenia pudeł klapowych na składarko-sklejarkach, czy automatyczny proces nadruku, to prawdopodobieństwo uzyskania produktu nawet z niewielką imperfekcją jest bardzo duże.

### Sformułowanie zagadnienia

Wyboczenie sprężyste smukłych prętów opisane jest wzorem Eulera:

$$P_{kr} = \left(\frac{\pi}{\mu}\right)^2 \frac{EI_{min}}{L^2} \quad [1]$$

gdzie:  $E$  jest modułem sztywności,  $I_{min}$  – najmniejszym momentem bezwładności przekroju,  $\mu$  – współczynnikiem określającym warunki brzegowe pręta,  $L$  – wysokością pręta.

Wyboczenie sprężyste izotropowych płyt i powłok swobodnie podpartych na wszystkich krawędziach można obliczyć z zależności:

$$P_{kr} = \frac{4\pi^2 D}{b^2} \quad [2]$$

gdzie:  $b$  – szerokość ściskanej płyty (kierunek prostopadły do kierunku obciążenia),  $D$  – sztywność na zginanie płyty, którą można wyznaczyć z wzoru:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad [3]$$

gdzie:  $\nu$  – współczynnik Poisson'a,  $h$  – wysokość przekroju (grubość).

Papier i tektura są jednak materiałem silnie ortotropowym, dlatego ich właściwości mechaniczne zależą od kierunku obciążenia. W przypadku płyt ortotropowych siłę krytyczną można wyznaczyć z zależności:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2}{b^2} \left( D_{11} \frac{m^2 b^2}{a^2} + 2(D_{12} + 2D_{66})n^2 + D_{22} \frac{a^2 n^4}{m^2 b^2} \right) \quad [4]$$

gdzie:  $m$  – ilość półfal w kierunku obciążenia,  $n$  – ilość półfal w kierunku poprzecznym do kierunku obciążenia,  $a$  – wysokość płyty (w kierunku obciążenia)  $D_{ij}$  – składowe macierzy sztywności na zginanie płyty:

$$D_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Q_{ij} z^2 dz \quad [5]$$

gdzie:  $Q_{ij}$  – macierz sztywności materiałowej  $k$ -tej warstwy przekroju:

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_1\nu_{21}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_2\nu_{12}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix} \quad [6]$$

gdzie:  $E_1$  – moduł sztywności podłużnej w kierunku MD,  $E_2$  – moduł sztywności podłużnej w kierunku CD,  $G_{12}$  – moduł sztywności poprzecznej w płaszczyźnie MD-CD,  $G_{13}$  – moduł sztywności poprzecznej w płaszczyźnie MD-ZD,  $G_{23}$  – moduł sztywności poprzecznej w płaszczyźnie CD-ZD,  $\nu_{12}$  – współczynnik Poisson'a w płaszczyźnie MD-CD. Więcej szczegółów na temat obliczania stateczności opakowań z tektury falistej czytelnik może znaleźć w pracy (2).

Oczywiście poza metodami analitycznymi wyznaczania siły krytycznej w wielowarstwowych kompozytach istnieje również pełna paleta metod numerycznych. Do tych najważniejszych możemy zaliczyć metodę różnic skończonych, metodę elementów brzegowych czy popularną metodę elementów skończonych. W modelach numerycznych analizowana konstrukcja dzielona jest na niewielkie elementy lub siatkę punktów, w których dyskretnie rozwiązywane są równania różniczkowe, opisujące mechanikę badanego układu. Analiza numeryczna wydaje się nieco bardziej skomplikowana od

metod analitycznych, jednak ich niezaprzeczną zaletą jest między innymi możliwość swobodnej zmiany parametrów materiałowych w miejscach lokalnych osłabień (perforacji) czy np. możliwość generowania skomplikowanych geometrii (wycięć, nacięć, otworów). Korzystanie z metod numerycznych pozwala zatem na analizę skomplikowanych konstrukcji przez co praca konstruktora jest dużo bardziej wydajna (4, 5).

Bez względu na to czy siłę krytyczną wyznacza się z uproszczonych wzorów analitycznych, czy z wybranych metod numerycznych, można dojść do wspólnego wniosku – siła krytyczna zależy od czterech głównych czynników: wymiarów geometrycznych elementu, sposobu podparcia, materiału, z którego wykonany jest element, oraz momentu bezwładności przekroju. W przypadku kompozytu takiego jak tektura falista, składającego się z kilku, ułożonych na przemian, płaskich i pofalowanych warstw, liczba parametrów opisujących siłę wybożeniową znacznie się zwiększa. Poszczególne warstwy laminatu opisane są grubością  $t^k$  oraz zestawem parametrów materiałowych:  $E_1^k, E_2^k, G_{12}^k, \nu_{12}^k, G_{13}^k, G_{23}^k$ . Z uwagi na symetrię parametr  $\nu_{21}^k$  można wyznaczyć z zależności:

$$\nu_{21}^k = \nu_{12}^k \frac{E_2^k}{E_1^k} \quad [7]$$

Dodatkowo warstwa pofalowana posiada jeszcze parametry opisujące geometrię fali, tj.:  $P$  – podziałkę fali oraz  $H$  – wysokość fali. Geometria pudła:  $B$  – szerokość,  $W$  – długość oraz  $L$  – wysokość uzupełniają listę parametrów modelu.

W niniejszej pracy autorzy skupili się na przeprowadzeniu szeregu testów numerycznych w celu sprawdzenia, które parametry mają największy wpływ na wartość siły krytycznej. Do tego celu została wykorzystana analiza wrażliwości (6). Wrażliwość zmierzonej czy też obliczonej wartości (w tym przypadku siły krytycznej) wyrażona jest zmianą względną lub bezwzględną tej wartości przy drobnych perturbacjach każdego parametru modelu. W przypadku analizy wrażliwości globalnej siły wybożeniowej pudła wykonanego z wielowarstwowej tektury falistej, aktywne są wszystkie zestawy parametrów zarówno materiałowych, jak i geometrycznych poszczególnych papierów składowych:

$$P_{Cr} \rightarrow \{t_k, E_1^k, E_2^k, \nu_{12}^k, G_{12}^k, G_{13}^k, G_{23}^k, H_k, P_k\} \quad [8]$$

gdzie:  $H_k$  oraz  $P_k$  dla warstwy płaskiej wynoszą 0.

Znormalizowane wartości wrażliwości możemy wyznaczyć z następującej zależności:

$$s_k = \frac{\partial F}{\partial x_k} \frac{x_k}{\bar{F}} \approx \frac{\Delta F}{\Delta x_k} \frac{x_k}{\bar{F}} \cong \left( \frac{F_k}{\bar{F}} - 1 \right) \frac{1}{\delta} \quad [9]$$

gdzie:  $x_k$  – k-ty parametr,  $F_k$  – siła krytyczna przy perturbacji k-tego parametru,  $\bar{F}$  – referencyjna wartość siły krytycznej,

$\delta$  – perturbacja parametru (wartość przyjęta a priori,  $\delta=5\%$ ). Szczegóły dotyczące praktycznego zastosowania analizy wrażliwości można znaleźć np. w pracach (3).

### Modele obliczeniowe

Autorzy przeprowadzili szereg analiz numerycznych, których celem było wykazanie zależności pomiędzy parametrami geometrycznymi popularnego pudła klapowego, parametrami materiałowymi poszczególnych warstw tektury falistej, typem fali w złożeniu 3- i 5-warstwowym, a wartością siły krytycznej. Przyjęto następujące modele obliczeniowe:

T-E, tektura 3-warstwowa z falą E,

T-B, tektura 3-warstwowa z falą B

T-C, tektura 3-warstwowa z falą C

T-EB, tektura 5-warstwowa z falą EB

T-EC, tektura 5-warstwowa z falą EC

T-BC, tektura 5-warstwowa z falą BC

Przyjęto następujące charakterystyki wybranych fal:

fala E: wysokość  $H=1,4$  mm, okres fali  $P=3,3$  mm,

fala B: wysokość  $H=2,6$  mm, okres fali  $P=6,0$  mm,

fala C: wysokość  $H=3,5$  mm, okres fali  $P=7,5$  mm.

Dane materiałowe oraz gramatury poszczególnych warstw zostały wygenerowane syntetycznie. Dane te nie są przyporządkowane do konkretnych typów papierów – są raczej wartościami typowymi dla papieru. Przyjęto:

- moduł sztywności podłużnej w kierunku MD,  $E_1=5000$  MPa,
- moduł sztywności podłużnej w kierunku CD,  $E_2=2000$  MPa,
- współczynnik Poisson'a w płaszczyźnie MD-CD,  $\nu_{12}=0,19$  MPa,
- moduł sztywności poprzecznej w płaszczyźnie MD-CD,  $G_{12}=1200$  MPa,
- moduł sztywności poprzecznej w płaszczyźnie MD-ZD,  $G_{13}=150$  MPa,
- moduł sztywności poprzecznej w płaszczyźnie CD-ZD,  $G_{23}=150$  MPa,
- grubość,  $t=0,2$  mm.

Wszystkie warstwy pofalowane są wstępnie homogenizowane i następnie parametry efektywne przekazywane są do programu obliczeniowego (szczegóły tej procedury można znaleźć np. w pracach (7, 8).

W globalnej analizie wrażliwości, parametry materiałowe dla każdej warstwy modelu obliczeniowego były wybierane losowo, zgodnie z rozkładem normalnym prawdopodobieństwa. Wartość średnia każdego parametru była równa wartości referencyjnej (podanej w poprzednim paragrafie), a odchylenie standardowe przyjęto odpowiednio:

dla parametrów mechanicznych  $\pm 50\%$  wartości średniej,

dla grubości tektury  $\pm 10\%$  wartości średniej,

dla wysokości fali  $\pm 20\%$  wartości średniej,

dla okresu fali  $\pm 20\%$  wartości średniej.

Tabela 1. Wpływ wysokości pudła na wartość siły krytycznej

Fala \ H	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm	50 cm	55 cm	60 cm
E	931,5	574,8	439,5	327,8	279,7	235,3	216,9	198,89	194,0
B	1194,7	768,6	597,8	465,9	406,7	356,1	335,2	316,8	313,6
C	1540,3	1015,0	797,0	636,2	562,1	502,4	478,1	458,8	457,7
E i B	2657,0	1743,3	1362,5	1080,9	949,7	843,4	798,2	761,7	756,4
E i C	3276,3	2189,4	1722,0	1389,2	1230,22	1107,5	1055,4	1017,1	1014,9
C i B	3979,2	2702,0	2136,7	1749,8	1560,8	1422,4	1364,1	1326,0	1329,0

Do wyznaczenia wrażliwości siły krytycznej względem parametrów modelu wykonano 10 analiz z losowo wybranymi wartościami parametrów, a następnie wyznaczona została wartość średnia wpływu każdego czynnika.

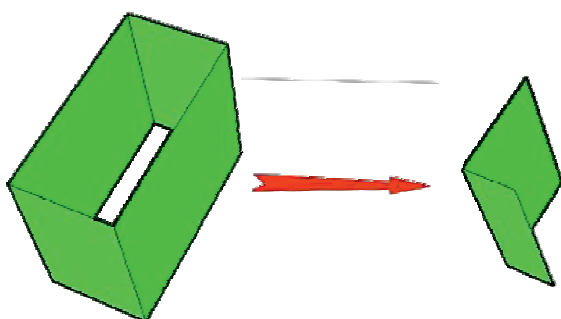
W niniejszej pracy, do określenia wpływu czynników materiałowych i geometrycznych na wartość siły krytycznej wykorzystano program obliczeniowy FEMat Cardboard firmy FEMat Soft, oparty na nieliniowej metodzie elementów skończonych, który został zaprojektowany do wyznaczania charakterystyk pudeł z tektury litej i falistej. Z uwagi na podwójną symetrię pudła do obliczeń wyko-

rzystano uproszczoną geometrię opakowania, tj. pełnego modelu (rys. 1) z odpowiednio skorygowanymi warunkami brzegowymi.

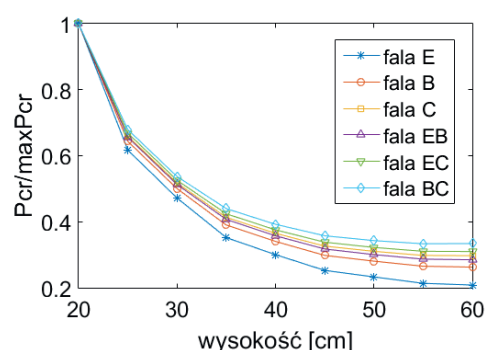
### Wyniki: wpływ wysokość pudła na wartość siły krytycznej

Wpływ wysokości pudła na wartość siły krytycznej został przeanalizowany na przykładzie pudła o podstawie kwadratu o boku 60 cm. W celu zminimalizowania błędu numerycznego wymiar elementu skończonego siatki (9) został uzależniony od wysokości pudła, tak aby ilość elementów na wysokości kolejnych modeli była stała.

Zwiększenie wysokości pudła w każdym przypadku powoduje spadek nośności (tabela 1) – co jest dość oczywistą obserwacją, jednakże spadek ten nie jest jednakowy dla każdego rodzaju przekroju co pokazano na rysunku 2. Największy spadek względny wyrażony stosunkiem siły krytycznej pudła o wysokości 20 cm do pudła o wysokości 60 cm odnotowano dla pudła T-E i wynosił on 79,2%. Najmniejszy spadek 66,6% wykazało pudło B-BC. Względny spadek wartości siły krytycznej jest zatem bez wątpienia zależny od przekroju pudła. Ilość warstw, czy wykorzystanie konkretnego typu fali nie wydają się być parametrami wywierającymi istotny wpływ na zmianę wartości siły krytycznej. Spadek względny siły krytycznej jest dużo większy w przypadku gdy początkowa wartość krytyczna dla pudła o wysokości 20 cm jest niska. Zjawisko to można wytłumaczyć studiując hiperbolę Eulera. Dla przypadków, w których wartość wyjściowa siły krytycznej jest niska (tj. ściana pudła ma dużą smukłość początkową) efekt redukcji wartości siły krytycznej jest bardziej wyraźny niż w przypadku konstrukcji pudła o znacznie niższej smukłości początkowej. Warto również zauważyć, że dla wszystkich przekrojów wzrost wysokości o zaledwie 5 cm spowodował spadek wartości siły krytycznej o 32-38 %, natomiast zwiększenie wysokości o kolejne 35 cm podwoiła redukcję i każda z krzywych na wykresie osiągnęła swoją asymptotę. Oznacza to, że sukcesywne zwiększanie wysokości nie powoduje dalszej redukcji wartości siły krytycznej.



Rys. 1. Uproszczony model obliczeniowy



Rys. 2. Wpływ wysokości pudła na wartość siły krytycznej



### Wyniki: wpływ proporcji podstawy pudła na wartość siły krytycznej

Podczas badania wpływu wymiarów podstawy kartonowego pudła użyto następujących parametrów: stała wysokość pudła wynosząca 40 cm oraz stały wymiar siatki MES. Szerokość pudła była analizowana w przedziale od 15 do 30 cm, natomiast długość od 20 do 40 cm. Wyniki przeprowadzonej analizy dla różnych wariantów przekroju zestawiono w sposób graficzny na rysunku 3.

Ogólny wniosek jaki wysuwa się po analizie powyższych wykresów dla wszystkich typów pudeł jest taka, że wraz ze wzrostem wymiarów pudła siła krytyczna maleje. Odstępstwo od tej zasady można zauważyć w okolicach linii wyznaczającej podstawę o proporcji 1:1 (tj. pudła o kwadratowej podstawie). W pobliżu tej linii występuje wyraźne załamanie wykresu (rys. 3a). Obserwując postaci wybočenja pudła o różnej długości ścianach można zauważyć, że globalne wybočenje pudła następuje zawsze poprzez wybočenje dłuższej ściany (rys. 4a).

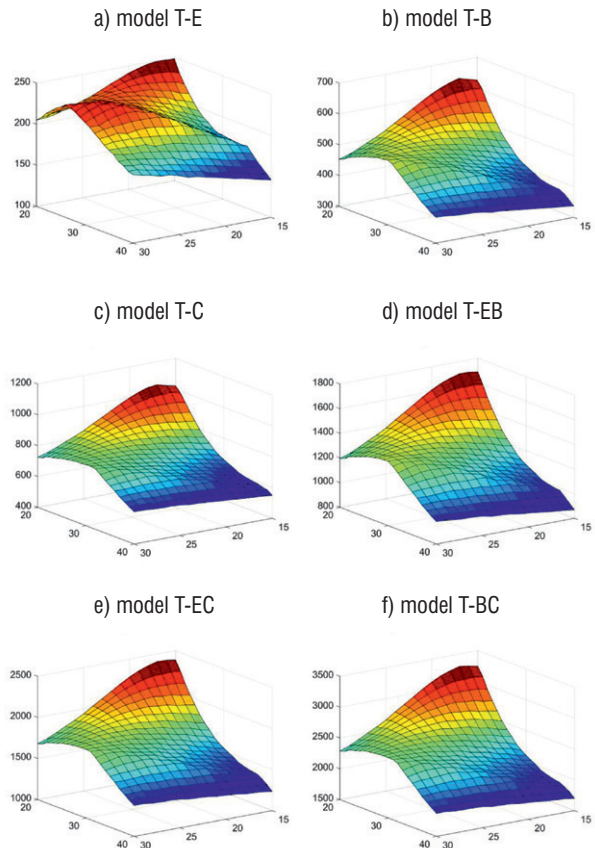
Przy pudłach o podstawie zbliżonej do kwadratowej (rys. 4b) można zauważyć, że jednocześnie dochodzi do wybočenja obydwu ścianek. Dzięki rozłożeniu efektu wybočenja na obie ściany, można zauważyć lokalne zwiększenie wartości siły krytycznej. Im większe siły wybočenja jest w stanie przenosić dany typ przekroju, tym mniej gwałtowny jest wspomniany efekt lokalnego wzmocnienia. Fakt, że o wyboczeniu decyduje dłuższa ściana pudła doskonale widać na wszystkich wykresach – jeżeli jeden z wymiarów pudła (tj. szerokość lub długość) przyjmuje wartość maksymalną, to zmiany drugiego z wymiarów praktycznie nie wpływają na zmianę wartości siły krytycznej.

### Wyniki: globalna analiza wrażliwości

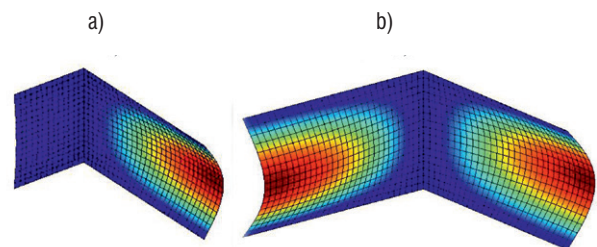
Analiza wrażliwości parametrów przekroju została wykonana dla pudeł o wymiarach 20x30 cm i wysokości 25cm.

Analizując uzyskane wykresy można wyciągnąć wniosek, że siła krytyczna wykazuje największą wrażliwość na parametry, które odpowiadają za wysokość fali  $H$  warstw periodycznych (flutingu) oraz grubość tektury  $t$  dla wszystkich warstw. Grubość warstwy pofalowanej ma zazwyczaj mniejszy wpływ niż grubość warstw płaskich. Perturbacje parametrów materiałowych wywołują większe wahania siły krytycznej w przypadku warstw płaskich, w przypadku flutingu są praktycznie pomijalne – jednak w obu przypadkach są raczej drugorzędne. Jedynym czynnikiem którego wzrost za każdym razem powoduje spadek siły krytycznej jest okres fali  $P$  w warstwach periodycznych. Jest to spowodowane faktem, że zwiększenie okresu fali powoduje zmniejszenie efektywnej długości tektury, co skutkuje zmniejszeniem jej sztywności.

Zestawiając razem pierwsze trzy warianty T-E, T-B oraz T-C



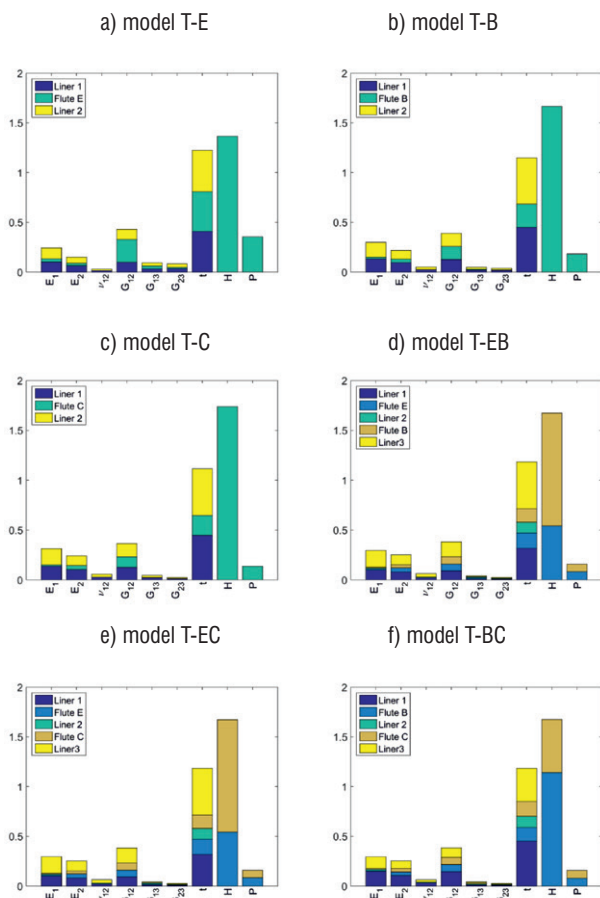
Rys. 3. Wpływ zmiany proporcji podstawy pudła na wartość siły krytycznej: odcięte określają wymiar pudła, rzędna oznacza wartość siły krytycznej



Rys. 4. Wybočenje pudła (1/4 modelu): a) pudło o podstawie prostokąta, b) pudło o podstawie kwadratu

nasuwa się wniosek, że im większa wysokość fali tym większa wrażliwość przekroju na zmiany jej parametrów. Parametrem wiodącym w tych przekrojach jest  $H$  warstw periodycznych. Dodatkowo warto zaznaczyć, że wrażliwość siły krytycznej na parametry materiałowe warstwy płaskiej Liner1 i Liner2 praktycznie się pokrywają.

Z wykresów dla wariantów T-EB, T-EC, T-BC (tj. pięciowarstwowych niesymetrycznych z dwiema różnymi falami) można wywnioskować, że w dalszym ciągu wrażliwość siły krytycznej względem wysokości warstwy z najwyższą falą jest zdecydowanie



Rys. 5. Analiza wrażliwości siły krytycznej względem parametrów modelu

największa. Wrażliwość siły krytycznej na zmiany grubości warstw zewnętrznych jest znacznie bardziej wyraźna niż zmiany grubości warstw wewnętrznych. Tę samą zależność można znaleźć w przypadku sztywności podłużnych. W przekrojach pięciowarstwowych, warstwy płaskie nie posiadają już takiego samego wpływu na wartość siły krytycznej, niezależnie od ich położenia. Widać, że przekrój jest najbardziej wrażliwy na zmiany w zewnętrznej warstwie, przyległej do warstwy periodycznej o większej wysokości, najmniej zaś w warstwie znajdującej się pomiędzy obiema falami.

W przekrojach 3-warstwowych sztywność poprzeczna warstw pofalowanych odgrywa nieco większą rolę niż sztywność poprzeczna warstw płaskich, szczególnie w przypadku niskich przekrojów. Sztywność podłużna w kierunku MD przekroju ma zazwyczaj większy wpływ na wrażliwość siły krytycznej niż sztywność w kierunku CD. Współczynnik Poissona każdej z warstw oraz sztywności poprzeczne w płaszczyźnie MD-ZD oraz CD-ZD wpływają najmniej na zmiany wartości siły krytycznej.

## Podsumowanie

W pracy przeprowadzono kompleksową analizę wrażliwości siły krytycznej ściskanego pudła względem parametrów materiałowych i geometrycznych wielowarstwowego przekroju tektury falistej. Przeanalizowano wpływ geometrii pudła na zmianę wartości siły wybocheniowej. Szczegółowa analiza wrażliwości w kontekście obserwacji zmian wartości globalnej siły wybocheniowej, powstałych wskutek drobnych perturbacji parametrów modelu obliczeniowego, pozwala odpowiedzieć na pytania wielu konstruktorów – które parametry tektury falistej (parametry mechaniczne, takie jak Bending Stiffness, SCT, moduł sztywności, a także grubość czy wysokość fali) mają największy wpływ na nośność pudła. Oczywiście siła krytyczna nie jest jedynym kryterium określającym nośność pudła, ważnym elementem jest również odporność na zgniatanie krawędziowe – ECT, szczególnie dla krępych i niskich pudeł. Zazwyczaj nośność pudeł o proporcjonalnej podstawie określana jest jako wypadkowa sztywności na zginanie (siła krytyczna) oraz odporność na zgniatanie krawędziowe (ECT). Jednakże w przypadku smukłych i wysokich pudeł krytyczną rolę odgrywa wpływ utraty stateczności – dlatego tak ważna jest umiejętność poprawnego wykorzystania wyników analizy wrażliwości siły krytycznej, dzięki której można z łatwością wyselekcjonować parametry odpowiedzialne za zwiększanie/zmniejszanie wymaganej nośności.

## LITERATURA

1. Rzeszut, K., Garstecki, A.: "Thin-walled structures with slotted connections stability problems", *Thin-Walled Structures* **49**, 5, 674-681 (2011).
2. Garbowski T., Borysiewicz, A.: „The stability of corrugated board packages”, *Przegl. Papiern.* **70**, 8, 452-458 (2014).
3. Garbowski T., Imbierowicz R.: “Sensitivity Analysis of Edge Crush Test.”, *Przegl. Papiern.* **70**, 9, 559-564 (2014)
4. Garbowski T., Jarmuszcak M.: “Numerical Strength Estimate of Corrugated Board Packages Part 1. Theoretical Assumptions in Numerical Modeling of Paperboard Packages”, *Przegl. Papiern.* **70**, 4, 219-222 (2014).
5. Garbowski T., Jarmuszcak M.: “Numerical Strength Estimate of Corrugated Board Packages Part 2. Experimental Tests and Numerical Analysis of Paperboard Packages”, *Przegl. Papiern.* **70**, 5, 277-281 (2014).
6. Saltelli A., Ratto M., Andres T., Campolongo F., Cariboni J., Gatelli D., Saisana M., Tarantola S.: “Global Sensitivity Analysis. The Primer”, Wiley (2008).
7. Garbowski T., Jarmuszcak M.: “Homogenization of corrugated paperboard. Part 1. Analytical homogenization”, *Przegl. Papiern.* **70**, 6, 345-349 (2014).
8. Garbowski T., Jarmuszcak M.: “Homogenization of Corrugated Paperboard. Part 2. Numerical homogenization”, *Przegl. Papiern.* **70**, 7, 390-394 (2014).
9. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.: “The Finite Element Method Set (Sixth Edition). Its Basis and Fundamentals, Elsevier (2005).

*Artykuł recenzowany*