

Analiza zgniatania płaskiego tektury falistej z warstwą pofalowaną o futurystycznych kształtach

Flat crush analysis of corrugated board with futuristic fluting geometries

TOMASZ GARBOWSKI

DOI: 10.15199/54.2025.4.1

W artykule przedstawiono wyniki numerycznej analizy wytrzymałości tektury falistej poddanej obciążeniu płaskiemu (FCT – Flat Crush Test), w której środkowa warstwa falista (fluting) przybiera niestandardowe, futurystyczne kształty. Analizowane geometrie obejmują profile sinusoidalne, półkoliste, trójkątne, trapezowe, prostokątne oraz tzw. balonikowe. Wszystkie profile mają jednakową wysokość, lecz różnią się długością pojedynczego cyklu fali oraz geometrią lokalnych segmentów. Do symulacji wykorzystano metodę elementów skończonych (MES), uwzględniając trójwarstwową strukturę materiału i ortotropowe właściwości papieru. Celem pracy jest identyfikacja kształtu flutingu, który zapewnia największą odporność na zgniatanie płaskie, co bezpośrednio przekłada się na lepszą ochronę produktów transportowanych w opakowaniach tekturowych. Przeprowadzone symulacje pozwalają na porównanie parametrów wytrzymałościowych oraz określenie wpływu geometrii fali na zdolność tłumienia obciążeń lokalnych. Wyniki wskazują, że profile o kanciastych kształtach osiągają wyższe wartości maksymalne, lecz szybciej ulegają degradacji. Z kolei zaokrąglone kształty fali są mniej podatne na uszkodzenia przy długotrwałym lub cyklicznym obciążeniu.

Słowa kluczowe: tektura falista, zgniatanie płaskie, kształt fali, analiza numeryczna, metoda elementów skończonych, ochrona produktów, fluting futurystyczny, opakowania transportowe

Wprowadzenie

Tektura falista pozostaje jednym z najważniejszych materiałów stosowanych w projektowaniu opakowań konsumenckich i przemysłowych, głównie ze względu na korzystne właściwości wytrzymałościowe, niską gramaturę oraz możliwość całkowitego wykorzystania w recyklingu. W obliczu rosnącej presji na

This study presents the results of a numerical analysis of the flat crush strength (FCT) of corrugated board with a non-standard, futuristic fluting geometry. The analyzed profiles include sinusoidal, semicircular, triangular, trapezoidal, rectangular, and so-called balloon shapes. All profiles share the same height but differ in wave period and local segment geometry. The simulations were carried out using the finite element method (FEM), taking into account the three-layer structure of the material and the orthotropic properties of paper. The aim of the study is to identify the fluting shape that provides the highest resistance to flat crush loading, which directly translates into better protection of products transported in corrugated packaging. The performed simulations allow for comparison of strength parameters and evaluation of how wave geometry affects local load-bearing capacity. The results show that angular profiles reach higher peak values but degrade more rapidly, while more flexible geometries are less prone to damage under prolonged or cyclic loading.

Keywords: corrugated board, flat crush test (FCT), fluting geometry, numerical analysis, finite element method, product protection, futuristic fluting, transport packaging

Introduction

Corrugated board remains one of the most important materials used in both consumer and industrial packaging, primarily due to its favorable strength-to-weight ratio, low environmental impact, and full recyclability. In light of increasing demands for raw material efficiency and sustainability, the development of more durable and resource-efficient corrugated structures is becoming a key priority in engineering research [1, 4, 5, 23]. In this context, the geometry of the corrugated layer (fluting) plays a fundamental role in determining the load-bearing capacity of

Dr hab. inż. **T. Garbowski**, prof. UPP (tomasz.garbowski@up.poznan.pl; ORCID: 0000-0002-9588-2514), Uniwersyteckie Centrum Ekomateriałów, Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu



ograniczanie zużycia surowców oraz poprawę zrównoważonego charakteru opakowań, szczególnego znaczenia nabiera rozwój konstrukcji o zoptymalizowanej geometrii i zwiększonej wydajności [1, 4, 5, 23]. W tym kontekście kluczową rolę odgrywa warstwa pofalowana (fluting), której kształt istotnie wpływa na nośność struktury, zarówno w kontekście odporności na zgniatanie płaskie, jak i sztywności zginania [6, 7, 11, 12].

Chociaż profil sinusoidalny jest obecnie najczęściej stosowany w przemyśle, postęp w technologiach produkcji – takich jak cyfrowe cięcie czy formowanie – umożliwia opracowywanie nowych, bardziej złożonych kształtów fali, które mogą oferować lepsze właściwości mechaniczne przy minimalnym wzroście zużycia materiału [14, 19, 23, 24, 36].

Dotychczasowe badania nad właściwościami mechanicznymi tektury falistej koncentrują się głównie na trzech aspektach: wytrzymałości na zgniatanie (ECT i FCT), sztywności strukturalnej oraz wpływie geometrii na koszty i możliwości produkcyjne [3, 6, 10, 13, 22, 29, 31, 33]. W szczególności, liczne analizy wykazują silną korelację między kształtem fali a zdolnością materiału do przenoszenia obciążeń lokalnych – dobrze zaprojektowany profil flutingu może znacząco zwiększyć wytrzymałość, ograniczając jednocześnie ilość użytego surowca [8, 26, 27, 30, 32, 34, 42].

Równolegle rozwijają się metody modelowania numerycznego, w tym techniki homogenizacji. Pozwalają one na efektywną symulację właściwości tektury bez konieczności dokładnego odwzorowania złożonej mikrostruktury fali [3, 9, 17, 19–21, 34, 35, 41]. Metody te są szczególnie przydatne przy analizie alternatywnych, futurystycznych geometrii flutingu, które mogą potencjalnie zastąpić obecne standardy.

W ostatnich latach coraz większą rolę odgrywają także algorytmy sztucznej inteligencji i metody przetwarzania obrazu, stosowane w optymalizacji projektowania oraz automatyzacji procesów produkcyjnych [16, 28, 37, 39, 40]. Rozwiązania te umożliwiają generowanie niestandardowych profili i wspomagają ocenę ich wpływu na parametry strukturalne, co jest szczególnie istotne przy projektowaniu nowoczesnych opakowań.

Kwestie ekonomiczne pozostają równie istotne – koszt produkcji tektury falistej zależy w dużej mierze od skomplikowania profilu fali, grubości warstw oraz typu użytego papieru [5, 23, 24, 36, 44]. Dlatego projektowanie nowego kształtu flutingu musi uwzględniać zarówno potencjalne korzyści wytrzymałościowe, jak i wpływ na procesy technologiczne.

Wyniki wcześniejszych badań jednoznacznie pokazują, że geometria fali wpływa nie tylko na parametry wytrzymałościowe, lecz również na całkowity koszt wytworzenia materiału [18]. W tym kontekście istotne znaczenie mają także prace skupione na mniej typowych kształtach fali, takich jak profil spline czy trapezoidalny [2, 15, 26, 32, 38]. Pomimo ich potencjalnych zalet, zagadnienie to nadal pozostaje słabo zbadane – większość doniesień ma charakter wstępnych analiz teoretycznych lub numerycznych.

W pracy Andrzejaka i in. [1] wykazano, że zmiany strukturalne, takie jak perforacja, mogą wpływać na zachowanie opakowań pod

packaging – particularly in terms of flat crush resistance and bending stiffness [6, 7, 11, 12].

While the sinusoidal fluting profile remains the industry standard, advances in production technologies – such as digital cutting and forming – now allow for the exploration of more complex wave shapes, which may offer improved mechanical performance with minimal material increase [14, 18, 23, 24, 36].

Past research on corrugated board mechanics has mainly focused on three areas: compressive strength (ECT and FCT), structural stiffness, and the influence of fluting geometry on cost and manufacturability [3, 6, 10, 13, 22, 29, 31, 33]. Numerous studies demonstrate a strong correlation between wave shape and the board's ability to withstand localized loading – an optimized fluting profile can significantly enhance mechanical strength while reducing the amount of material used [8, 26, 27, 30, 32, 34, 42].

In parallel, numerical modeling techniques – including homogenization – are widely applied to simplify the structural analysis of corrugated boards. These methods make it possible to predict material behavior under various loading scenarios without fully modeling the microgeometry of the fluting [3, 9, 17, 19–21, 34, 35, 41]. They are especially valuable when analyzing nonstandard, futuristic fluting shapes that could serve as alternatives to current production norms.

Recent trends also emphasize the use of artificial intelligence and image analysis techniques for design optimization and process automation in corrugated board manufacturing [16, 28, 37, 39, 40]. These technologies enable the generation and evaluation of unconventional profiles and support better control over structural parameters – an important factor in next-generation packaging design.

Economic considerations remain equally important. The cost of producing corrugated board depends strongly on the complexity of the fluting profile, the thickness of layers, and the type of paper used [5, 23, 24, 36, 43]. Therefore, the design of novel fluting geometries must strike a balance between structural performance and manufacturability.

Prior studies confirm that the fluting shape has a direct impact on both mechanical properties and production costs [18]. Particularly interesting are investigations into less conventional shapes, such as spline or trapezoidal profiles [2, 15, 26, 32, 38]. Despite their potential, these geometries remain relatively underexplored, with most research limited to initial theoretical or numerical studies.

In the study by Andrzejak et al. [1], structural modifications such as perforations were shown to influence load-bearing capacity, suggesting that fluting modifications could offer similar benefits. Meanwhile, Mrówczyński et al. [37] presented simulations of various packaging structures, emphasizing the importance of unconventional geometric solutions. The work of Mrówczyński et al. [36], focused on compression testing of different corrugated configurations, provides further inspiration for exploring new fluting shapes.



obciążeniem, co sugeruje, że odpowiednio zmodyfikowany fluting może również przynieść korzyści w zakresie nośności. Z kolei w pracy Mrówczyńskiego i in. [37] zaprezentowano symulacje różnych struktur opakowań, podkreślając znaczenie niestandardowych rozwiązań geometrycznych. Praca [36] koncentruje się na testach zgniatania różnych konfiguracji tektury, co stanowi inspirację dla niniejszej analizy.

Obecna praca wpisuje się w ten nurt, podejmując próbę oceny efektywności nowych, hipotetycznych kształtów fali [18] – w tym „trójkątnych”, „trapezowych”, „półkolistych”, „prostokątnych” i „balonikowych” – w kontekście odporności na zgniatanie płaskie. W odróżnieniu od wcześniejszych badań skoncentrowanych na sztywności zginania, niniejsze opracowanie koncentruje się wyłącznie na parametrach istotnych do ochrony produktu w warunkach nacisku prostopadłego, takich jak Flat Crush Test (FCT). W tym celu wykorzystano zaawansowany model nieliniowy oparty na metodzie elementów skończonych z kryterium zniszczenia Tsai-Wu, umożliwiając precyzyjną ocenę rozwoju uszkodzeń dla różnych geometrii.

Geometria flutingu

Przeanalizowano sześć alternatywnych geometrii flutingu, z których każda stanowi koncepcyjne rozwiązanie teoretyczne, obecnie niespotykane w produkcji seryjnej (rys. 1). Wszystkie profile mają tę samą nominalną wysokość równą 3 mm, co zapewnia porównywalność warunków brzegowych oraz wyników. Niezmieniona jest również długość pojedynczego okresu fali – zmienny lokalny kształt segmentów tworzących profil.

Sinusoidalny kształt flutingu (referencyjny)

Profil referencyjny o klasycznym kształcie fali sinusoidalnej, reprezentujący typowy przemysłowy fluting. Długość okresu przyjęto jako 6 mm.

Półkolisty kształt flutingu

Fala zbudowana z sekwencji łuków półkolistych połączonych stycznie. W innych badaniach promień tych łuków zmieniano w zakresie 0,5 mm – 1,5 mm, natomiast w niniejszej pracy przyjęto wartość promienia równą połowie wysokości fali, tj. 1,5 mm.

Trójkątny kształt flutingu

Ostry, liniowy profil z naprzemiennymi wierzchołkami tworzącymi kształt zygzaka. Charakteryzuje się dużymi lokalnymi kątami i koncentracjami naprężeń w wierzchołkach.

Trapezowy kształt flutingu

Profil z ukośnymi ścianami i poziomymi segmentami u góry i dołu fali, tworzący kształt trapezu. Oferuje dużą sztywność w kierunku pionowym, ale może generować lokalne koncentracje naprężeń.

The present paper contributes to this research direction by evaluating the efficiency of novel, hypothetical fluting geometries [18] – including triangular, trapezoidal, semicircular, rectangular, and balloon-like shapes – in terms of flat crush resistance. Unlike previous studies that have emphasized bending stiffness, this work focuses exclusively on load-bearing parameters relevant to product protection under out-of-plane loading, such as those captured by the Flat Crush Test (FCT). The analysis is based on an advanced nonlinear finite element model incorporating the Tsai-Wu failure criterion, enabling precise assessment of damage development across different wave shapes.

Fluting geometries

Six alternative fluting geometries were examined, each representing a theoretical concept not currently manufactured at scale (Fig. 1). All profiles maintain the same nominal height of 3 mm, ensuring consistent boundary conditions and comparable performance measures. The period (wave length) and segment shapes vary between cases.

Sinusoidal (reference)

A reference profile with a standard sine wave shape, representing typical industry fluting. The period is set to 6 mm.

Semicircular

The wave consists of a sequence of semicircular arcs connected tangentially. The radii of the arcs vary between 0.5 mm to 1.5 mm in other parametric studies. In this study, a uniform shape with radius matching half the height (1.5 mm) is used.

Triangular

A sharp, linear zig-zag shape, with fluting composed of alternating upward and downward slopes, resulting in high local angles and stress concentrations at the vertices.

Trapezoidal

A profile with inclined walls and horizontal segments at the top and bottom of each wave, forming a trapezoid shape. It offers high stiffness in the vertical direction but may induce stress risers.

Rectangular

A profile with vertical walls and horizontal segments at the top and bottom of each wave, forming a rectangular shape. It offers high stiffness in the vertical direction but may induce stress risers.

Balloon-shaped

A smoothed profile with bulbous wave crests and flat bottoms, inspired by biomimetic designs. This geometry offers gradual curvature transitions and potentially better stress distribution under compression.

Prostokątny kształt flutingu

Profil z pionowymi ścianami i poziomymi segmentami u góry i dołu fali, tworzący kształt prostokąta. Oferuje dużą sztywność w kierunku pionowym, ale może generować lokalne koncentracje naprężeń.

Balonikowy kształt flutingu

Profil o łagodnych przejściach krzywizn – zaokrąglone grzbiety i spłaszczone doliny fali, inspirowany kształtami biomimetycznymi. Może oferować korzystniejszy rozkład naprężeń pod obciążeniem zgniatającym.

Materiały i metody

Model obliczeniowy

Do przeprowadzenia analiz numerycznych zastosowano autorski program obliczeniowy, wykorzystujący metodę elementów skończonych (MES), opracowany przez autora w środowisku MATLAB. Kod umożliwia analizę nieliniowych problemów mechaniki ciał odkształcalnych, uwzględniając zarówno nieliniowości geometryczne (duże przemieszczenia), jak i materiałowe (nieliniowość konstytutywna).

Model geometryczny odwzorowuje fragment trójwarstwowej tektury falistej w układzie 2D (stan płaski), obejmujący górną i dolną warstwę (linery) oraz warstwę środkową (fluting) o zadanym, niestandardowym kształcie (rys. 2). Każda z warstw modelowana jest jako osobny zbiór elementów skończonych (ośmiowęzłowe ze zredukowanym całkowaniem), z odpowiednio przypisaną orientacją osi materiałowych i właściwościami ortotropowymi.

W analizie materiałowej przyjęto nieliniowy, anizotropowy model zniszczenia oparty na kryterium Tsai-Wu [43], które pozwala uwzględnić efekt wieloosiowego stanu naprężeń i różną wytrzymałość materiału na rozciąganie i ściskanie w kierunkach głównych. Kryterium ma postać ogólną:

$$F(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \leq 1$$

gdzie:

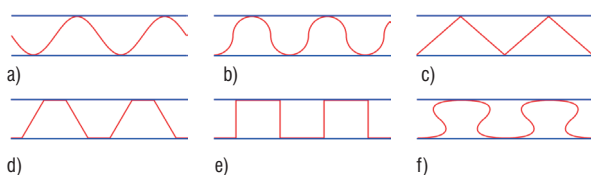
σ_i – składowe naprężenia w układzie głównym,

F_i – współczynniki liniowe (związane z różnicą wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie),

F_{ij} – współczynniki kwadratowe (określające interakcje naprężeń), nierówność oznacza warunek trwałości materiału – jego przekroczenie prowadzi do lokalnego zniszczenia lub osłabienia warstwy.

W modelu przyjęto, że po przekroczeniu wartości granicznej $F(\sigma) > 1$ materiał danego elementu ulega degradacji – realizowanej poprzez redukcję jego sztywności, co odwzorowuje lokalne uszkodzenie i utratę nośności.

Analizy przeprowadzono w warunkach quasistatycznych, stopniowo zwiększając obciążenie i obserwując rozwój deformacji oraz lokalizację stref zniszczenia. Warunki brzegowe odwzorowują układ



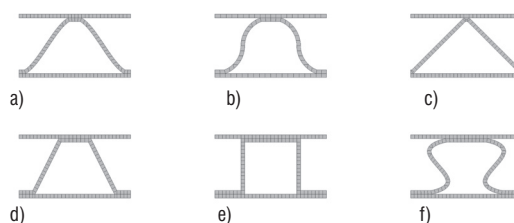
Rys. 1. Geometrie analizowanych kształtów flutingu: (a) sinusoidalny, (b) półkolisty, (c) trójkątny, (d) trapezowy, (e) prostokątny, (f) balonikowy
Fig. 1. Geometries of the analyzed fluting shapes: (a) sinusoidal, (b) semi-circular, (c) triangular, (d) trapezoidal, (e) rectangular, (f) balloon-shaped

Materials and methods

Numerical model

For the numerical simulations, an in-house finite element method (FEM) program developed by the author in MATLAB was used. The code is designed to handle nonlinear problems in solid mechanics, including both geometric nonlinearity (large displacements, post-buckling effects) and material nonlinearity (constitutive behavior beyond elasticity).

The geometry represents a two-dimensional (plane strain) cross-section of a three-layer corrugated board, composed of a top and bottom liner and a central corrugated medium (fluting) of a given, non-standard shape (Fig. 2). Each layer is modeled with a separate mesh of finite elements (eight-node with reduced integration), with appropriately assigned material axes and orthotropic properties.



Rys. 2. Model obliczeniowy – siatka elementów skończonych: (a) fluting sinusoidalny, (b) fluting półkolisty, (c) fluting trójkątny, (d) fluting trapezowy, (e) fluting prostokątny, (f) fluting balonikowy
Fig. 2. Computational model – finite element mesh: (a) sinusoidal fluting, (b) semicircular fluting, (c) triangular fluting, (d) trapezoidal fluting, (e) rectangular fluting, (f) balloon-shaped fluting

For material behavior, a nonlinear anisotropic failure model based on the Tsai-Wu failure criterion [43] is adopted. This allows capturing the multiaxial stress state and different strengths in tension and compression along principal directions. The general form of the Tsai-Wu criterion is:

$$F(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \leq 1$$

where:

σ_i – stress components in the material coordinate system,

F_i – linear strength coefficients (accounting for strength asymmetry),

F_{ij} – interaction coefficients, the inequality defines the failure envelope – its violation indicates the onset of material failure or degradation.



testu FCT – górna i dolna powierzchnia próbki zostały przemieszczeniowo obciążone, a boczne krawędzie swobodnie deformowalne w kierunku poziomym. Symulacje przeprowadzono osobno dla każdej z analizowanych geometrii flutingu (rys. 2).

Parametry materiałowe (dla wszystkich warstw)

Parametry materiałowe odpowiadają typowym wartościom spotykanym w papierach stosowanych w tekturze falistej i są zgodne z danymi literaturowymi oraz wcześniejszymi badaniami [5–10]. Dla każdej z warstw przyjęto następujące właściwości ortotropowe (tabela 1).

W modelu uwzględniono anizotropię materiału przez przypisanie lokalnych osi materiałowych w każdej warstwie, natomiast inicjalizację i ewolucję uszkodzeń obliczano na podstawie kryterium Tsai-Wu, wykorzystując zarówno parametry wytrzymałościowe na rozciąganie, jak i na ściskanie.

Wyniki i analiza porównawcza

Na podstawie przeprowadzonych symulacji numerycznych uzyskano krzywe ciśnienie – przemieszczenie dla każdego z sześciu analizowanych kształtów flutingu. Wszystkie przypadki badano w tych samych warunkach brzegowych, z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznych i materiałowych, zgodnie z opisanym wcześniej modelem.

Krzywe ciśnienie–przemieszczenie

Na rysunku 3 przedstawiono porównanie odpowiedzi mechanicznej analizowanych profili. Krzywe mają charakter nieliniowy, z wyraźnym punktem maksymalnego ciśnienia zgniatającego, po którym obserwuje się gwałtowny spadek nośności związany z lokalnym zniszczeniem warstwy falistej.

Dla każdego profilu wyznaczono wartość maksymalnego ciśnienia zgniatającego P_{max} oraz odpowiadające mu przemieszczenie pionowe. Wyniki zestawiono w tabeli 2.

Strefy zniszczenia

W analizie uwzględniono także wartości funkcji zniszczenia Tsai-Wu. Przykładowe wyniki przedstawiono na rysunku 4, gdzie zaprezentowano strefy przekroczenia wartości progowej funkcji $F(\sigma) > 1$, prowadzące do degradacji materiału.

Rozkłady stref zniszczenia pokazują wyraźne różnice między analizowanymi geometriami – np. fluting trójkątny i prostokątny wykazują lokalne koncentracje tych stref w narożnikach, co prowadzi do wcześniejszego zniszczenia materiału. Z kolei profile o łagodniejszych krzywiznach (sinusoidalny, balonikowy) lepiej rozkładają naprężenia i cechują się bardziej równomiernym mechanizmem degradacji.

Tabela 1. Parametry materiałowe papierów składowych
Table 1. Material properties of the constituents papers

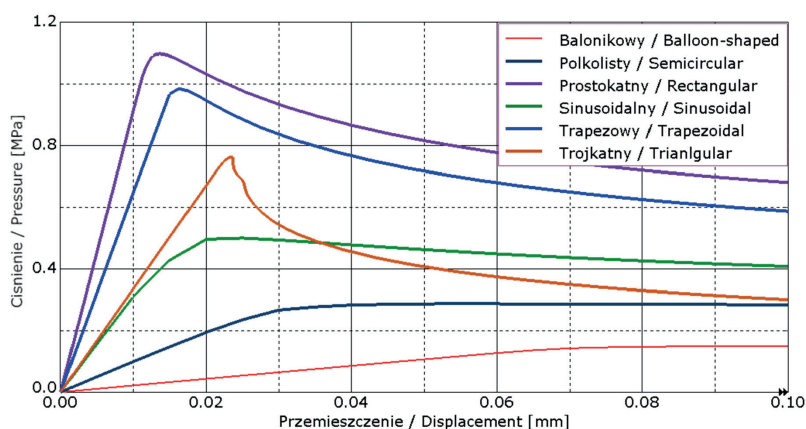
Właściwość Property	Liner (górny i dolny) Liner (Top & Bottom)	Fluting (środkowy) Fluting (Medium)
Moduł Younga MD Young's modulus MD	5000 MPa	4000 MPa
Moduł Younga CD Young's modulus CD	1500 MPa	1000 MPa
Współczynnik Poissona MD-CD Poisson's ratio MD-CD	0,25	0,25
Moduł Kirchhoffa MD-C Shear modulus MD-CD	500 MPa	300 MPa
Wytrzymałość na rozciąganie MD/ Tensile strength MD	40 MPa	25 MPa
Wytrzymałość na rozciąganie CD Tensile strength CD	15 MPa	10 MPa
Wytrzymałość na ściskanie MD Compressive strength MD	30 MPa	20 MPa
Wytrzymałość na ściskanie CD Compressive strength CD	10 MPa	8 MPa

Legenda: MD – kierunek produkcji papieru (Machine Direction), CD – kierunek poprzeczny (Cross Direction)

Note: MD = Machine Direction, CD = Cross Direction

In the model, once $F(\sigma) > 1$, the element's stiffness is locally reduced to represent material damage and progressive loss of strength.

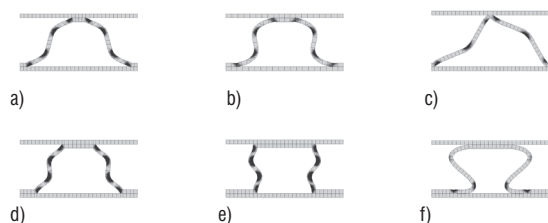
The simulations are quasi-static, with gradually increasing imposed displacement and tracking of stress distribution and failure development. Boundary conditions follow the Flat Crush Test (FCT) scheme – the top and bottom surfaces are loaded in compression, while lateral edges are free to deform horizontally. Each fluting geometry is analyzed independently (Fig. 2).



Rys. 3. Porównanie krzywych siła–przemieszczenie dla pięciu geometrii flutingu
Fig. 3. Comparison of force–displacement curves for the five fluting geometries

Tabela 2. Wartości maksymalnych sił zgniatających F_{max} dla analizowanych geometrii
Table 2. Maximum flat crush forces F_{max} for each fluting geometry

Kształt flutingu Fluting shape	P_{max} [MPa] P_{max} [N]	Przemieszczenie [mm] Displacement [mm]	Wzrost względem sinusoidalnego [%] Increase vs. sinusoidal [%]
Sinusoidalny/ Sinusoidal	0,499	0,025	0
Półkolisty/ Semicircular	0,287	0,065	-42,5
Trójkątny/ Triangular	0,762	0,024	52,7
Trapezowy/ Trapezoidal	0,985	0,016	97,3
Prostokątny/ Rectangular	1,095	0,013	119,4
Balnikowy/ Balloon-shaped	0,150	0,125	-69,9



Rys. 4. Lokalizacja uszkodzeń: (a) fluting sinusoidalny, (b) fluting półkolisty, (c) fluting trójkątny, (d) fluting trapezowy, (e) fluting prostokątny, (f) fluting balnikowy

Fig. 4. Failure zones: (a) sinusoidal fluting, (b) semicircular fluting, (c) triangular fluting, (d) trapezoidal fluting, (e) rectangular fluting, (f) balloon-shaped fluting

Podsumowanie porównania

Analiza porównawcza (rys. 3 i 4) wykazała wyraźne różnice w odporności na zgniatanie płaskie pomiędzy analizowanymi profilami flutingu. Najwyższą wartość maksymalnego ciśnienia zgniatającego uzyskano dla profilu prostokątnego, który osiągnął ok. 1,1 MPa, co stanowi wzrost o prawie 120% względem profilu referencyjnego sinusoidalnego (0,5 MPa). Kolejne w rankingu były profile trapezowy (~1,0 MPa) i trójkątny (~0,75 MPa). Profil półkolisty osiągnął maksimum na poziomie ~0,3 MPa. Dodatkowo profil trójkątny wykazał niestabilne zachowanie po szczycie, wskazujące na gwałtowną utratę nośności.

Z kolei profil balnikowy uzyskał najniższą wartość szczytową – jedynie ~0,15 MPa – ale jego krzywa obciążeniowa była bardziej liniowa i stabilna. Podobne właściwości wykazywał profil sinusoidalny i półkolisty, którego siła maksymalna była umiarkowana, ale utrzymywał ją dłużej bez gwałtownego spadku.

Interpretując te wyniki można zauważyć, że geometrie o ostrych przejściach (prostokątna, trójkątna, trapezowa) wykazują lepszą odporność na obciążenia krótkotrwałe i uderzeniowe, natomiast profile o łagodnych krzywiznach (sinusoidalny, półkolisty i balnikowy) są mniej podatne na degradację i mogą lepiej zachowywać się pod wpływem długotrwałego lub cyklicznego ściskania.

Wnioski

W pracy przedstawiono porównanie sześciu koncepcyjnych geometrii warstwy falistej tektury, analizowanych pod kątem od-

Material properties (for all layers)

Material data reflect typical corrugated board paper values and are consistent with literature and previous studies [5-10]. For each layer, the following orthotropic properties were used (see Table 1).

The model accounts for material directionality by assigning local axes per element layer, and the damage evolution is computed using the Tsai-Wu criterion based on both tensile and compressive strength values.

Results and comparative analysis

Based on the numerical simulations, pressure–displacement curves were obtained for each of the five analyzed fluting shapes. All cases were evaluated under identical boundary conditions, accounting for both geometric and material nonlinearities as described in the previous section.

Pressure–displacement curves

Figure 3 presents the comparison of mechanical response for all fluting profiles. The curves exhibit nonlinear behavior, with a clear peak pressure followed by a sharp drop in load capacity, corresponding to local failure of the corrugated medium.

For each profile, the maximum flat crush pressure P_{max} and the corresponding vertical displacement were determined. The values are summarized in Table 2.

Failure zones

The analysis also included maps of the Tsai-Wu failure index. Figures 4 illustrate selected results showing areas where the failure index exceeded the threshold $F(\sigma) > 1$, indicating local damage.

The failure zones clearly show differences between the fluting geometries. For example, the triangular and rectangular profiles generate local failure zone concentrations at the corners, resulting in earlier material failure. In contrast, profiles with smoother curvatures (sinusoidal and balloon-shaped) distribute stress more evenly and exhibit more gradual damage development.

Summary of comparison

The comparative analysis (Figures 3 and 4) revealed clear differences in flat crush resistance among the examined fluting profiles.



porności na zgniatanie płaskie metodą elementów skończonych z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznych i materiałowych. Wykorzystano model anizotropowego zniszczenia oparty na kryterium Tsai-Wu, który pozwolił na identyfikację stref lokalnych uszkodzeń oraz mechanizmów utraty nośności.

Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że nie istnieje jedna, uniwersalna geometria flutingu optymalna dla wszystkich zastosowań. Kanciaste profile, takie jak prostokątny, trapezowy czy trójkątny, oferują wysoką sztywność i odporność na uderzenia, co czyni je skutecznymi w ochronie przed punktowym naciskiem. Jednak ich struktura ulega szybkiemu osłabieniu po przekroczeniu granicznego obciążenia, co ogranicza ich użyteczność w warunkach cyklicznych lub długotrwałych obciążeń.

Z drugiej strony, profile zaokrąglone – jak sinusoidalny, półkolisty i balonikowy – lepiej rozpraszają naprężenia i wykazują większą trwałość strukturalną w czasie. Choć ich maksymalna odporność na zgniatanie jest niższa, mogą one oferować lepszą ochronę w kontekście powolnego zgniatania, zmęczenia materiałowego i mikrodrogań.

Podsumowując, wybór geometrii flutingu powinien być zależny od specyfiki zastosowania – inne profile będą optymalne dla opakowań narażonych na dynamiczne obciążenia uderowe, a inne dla produktów wymagających stabilnej ochrony przez dłuższy czas.

Przedstawione podejście numeryczne stanowi efektywne narzędzie do wstępnej oceny nowych kształtów flutingu i może być wykorzystane na etapie projektowania opakowań w zastosowaniach przemysłowych. W przyszłości planuje się rozszerzenie badań o eksperymenty laboratoryjne oraz analizę wpływu czynników środowiskowych, takich jak wilgotność i temperatura.

Artykuł recenzowany

LITERATURA/LITERATURE

- [1] Andrzejak K., Mrówczyński D., Gajewski T., Garbowski T. 2023. "Investigating the Effect of Perforations on the Load-Bearing Capacity of Cardboard Packaging". *Materials* 17 (17) : 4205. doi.org/10.3390/ma17174205.
- [2] Anastas J.V. 1998. "Edgewise compression test". *International Corrugated Containers Conference & Trade Fair, Proceedings*.
- [3] Brittain J 2003. "ECT: Edge crush test | ECT: Prueba de aplastamiento del borde". *Mari Papel y Corrugado* 16 (3) : 49-50.
- [4] Chalmers I.R. 2007. "The use of MD shear stiffness by the torsional stiffness technique to predict corrugated board properties and box performance". *Appita Annual Conference* 1 : 145-150.
- [5] Chalmers I.R. 2007. "The use of MD shear stiffness by the torsional stiffness technique to predict corrugated board properties and box performance". *Appita Journal* 60 (5) : 357-361.
- [6] Coffin D.W., Wade K., Hussain S. 2019. "Links between BCT and lifetime for corrugated boxes". *Paper Conference and Trade Show, PaperCon 2019* 2 : 1334-1348.
- [7] Di Russo F.M., Desole M.M., Gisario A., Barletta M. 2023. "Evaluation of wave configurations in corrugated boards by experimental analysis (EA) and finite element modeling (FEM): the role of the micro-wave in packaging design". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 126 (11-12) : 4963-4982.

The rectangular profile achieved the highest peak pressure of approximately 1.1 MPa, representing an increase of nearly 120% compared to the reference sinusoidal profile (0.5 MPa). The next best performers were the trapezoidal (1.0 MPa) and triangular (0.75 MPa) profiles. The semicircular profile reached a peak value of around 0.3 MPa. Additionally, the triangular profile exhibited an unstable post-peak response, indicating a sudden loss of load-carrying capacity.

In contrast, the balloon-shaped profile achieved the lowest peak pressure – only around 0.15 MPa – but its force – displacement curve was more linear and stable. Similar behavior was observed for the sinusoidal and semicircular profiles, which maintained moderate strength over a longer deformation range without a sharp drop.

These results suggest that angular geometries (rectangular, triangular, trapezoidal) exhibit better resistance to short-term or impact-type loads, while profiles with smooth curvature (sinusoidal, semicircular, and balloon-shaped) are less prone to degradation and may perform better under long-term or cyclic compression.

Conclusions

This study presented a comparison of five conceptual corrugated layer geometries, analyzed in terms of flat crush resistance using the finite element method, incorporating both geometric and material nonlinearities. An anisotropic damage model based on the Tsai-Wu failure criterion was applied to identify local failure zones and loss of structural integrity.

The results demonstrated that there is no single universal fluting geometry that is optimal for all packaging applications. Angular profiles, such as rectangular, triangular, and trapezoidal, offer high stiffness and superior impact resistance, making them effective against localized point loads. However, these geometries also degrade more rapidly after peak loading, limiting their performance under cyclic or sustained loading conditions.

On the other hand, smoother geometries – such as sinusoidal, semicircular and balloon-shaped – distribute stresses more evenly and maintain structural integrity over longer periods. While their peak crush resistance is lower, they may provide more reliable protection under slow compression, fatigue, or microvibration scenarios.

In summary, the choice of fluting geometry should be application-specific: some profiles are better suited for packaging exposed to dynamic, impact-type loads, while others perform better in ensuring long-term structural stability and product protection.

The presented numerical framework provides an effective tool for preliminary evaluation of novel fluting designs and may support industrial packaging development. Future work will focus on experimental validation and the inclusion of environmental factors such as humidity and temperature.



- [8] Frank B. 2006. "ECT as a tool". *International Paper Board Industry* 49 (8) : 28-30.
- [9] Frank B., Cash D. 2022. "Edge crush testing methods and box compression modeling". *Tappi Journal* 21 (8) : 418-433.
- [10] Frank B., Kruger K. 2021. "Assessing variation in package modeling". *Tappi Journal* 20 (4) : 231-238.
- [11] Garbowski T. 2018. "Degradation of mechanical properties of cardboard due to manufacturing and converting processes". TAPPI Progress in Paper Physics Seminar PPPS2018.
- [12] Garbowski T. 2023. "Evaluating safety factors in corrugated packaging for extreme environmental conditions | Ocena czynników bezpieczeństwa opakowań z tektury falistej w ekstremalnych warunkach środowiskowych". *Packaging Review* 2 (4) : 6-15. doi.org/10.15199/42.2023.4.1.
- [13] Garbowski T. 2023. "Safety factors in the design of corrugated board packaging | Współczynniki bezpieczeństwa w projektowaniu opakowań z tektury falistej". *Packaging Review* 2 (3) : 16-22. doi.org/10.15199/42.2023.3.2.
- [14] Garbowski T. 2023. "The most common mistakes when estimating the load-bearing capacity of corrugated board packaging | Najczęściej popełniane błędy podczas szacowania nośności opakowań z tektury falistej". *Przegląd Papierniczy* 79 (9) : 485-488. doi.org/10.15199/54.2023.9.1.
- [15] Garbowski T. 2024. "The role of homogenization in predicting the load-bearing capacity of corrugated packaging – a short review of methods and applications | Rola homogenizacji w predykcji nośności opakowań z tektury falistej – przegląd metod i zastosowań". *Przegląd Papierniczy* 80 (5) : 271-278. doi.org/10.15199/54.2024.5.1.
- [16] Garbowski T. 2023. "The use of artificial intelligence for the optimal production of corrugated board | Zastosowanie sztucznej inteligencji do optymalnej produkcji tektury falistej". *Przegląd Papierniczy* 79 (5) : 279-288. doi.org/10.15199/54.2023.5.2.
- [17] Garbowski T. 2024. "Revolutionizing Corrugated Board Production and Optimization with Artificial Intelligence". *BioResources* 19 (2) : 2003-2006. doi.org/10.15376/biores.19.2.2003-2006.
- [18] Garbowski T., Borecki P. 2024 "Analysis of the impact of futuristic corrugated layer shape on mechanical properties and cost of single-wall corrugated board | Analiza wpływu futurystycznych kształtów warstwy pofalowanej na parametry mechaniczne i koszt trójwarstwowej tektury falistej". *Przegląd Papierniczy*, 80 (11) : 609-615. DOI: 10.15199/54.2024.11.1.
- [19] Garbowski T., Borysiewicz A. 2014. "The stability of corrugated board packages | Stateczność opakowań z tektury falistej". *Przegląd Papierniczy* 70 (8) : 452-458.
- [20] Garbowski T., Cornaggia A., Gajewski T., Grabski J.K. 2024. "Identification of material and structural parameters of corrugated board in production and converting processes". EUROMECH COLLOQUIUM 642 International Colloquium on Multiscale and Multiphysics Modelling for Advanced and Sustainable Materials, Rome, Italy, September 23-27.
- [21] Garbowski T., Gajewski T. 2020. "Transverse shear modulus in corrugated materials | Moduł ścinania poprzecznego tektury falistej". *Przegląd Papierniczy* 76 (2) : 103-108. DOI: 10.15199/54.2020.2.1.
- [22] Garbowski T., Imbierowicz R. 2014. "Sensitivity analysis of edge crush test | Analiza wrażliwości w teście krawędziowego zgniatania". *Przegląd Papierniczy* 70 (9) : 559-564.
- [23] Garbowski T., Knitter-Piątkowska A., Marek A. 2021. "New edge crush test configuration enhanced with full-field strain measurements". *Materials* 14 (19).
- [24] Garbowski T., Knitter-Piątkowska A., Winiarski P. 2023. "Simplified Modelling of the Edge Crush Resistance of Multi-Layered Corrugated Board: Experimental and Computational Study". *Materials* 16 (1).
- [25] Garbowski T., Marek A. 2012. "On the Sensitivity of Creasing Force to Parameters in Constitutive Models of Paperboard". 8th European Solid Mechanics Conference, Graz, Austria : pp:1751-1766. [11]
- [26] Gilchrist A.C., Suhling J.C., Urbanik T.J. 1999. "Nonlinear finite element modeling of corrugated board". American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, AMD 231 : 101-106.
- [27] Haj-Ali R., Choi J., Wei B.-S., Popil R., Schaepe M. 2009. "Refined nonlinear finite element models for corrugated fiberboards". *Composite Structures* 87 (4) : 321-333.
- [28] Hiller B. 2017. "Optical strain field analysis an innovative test method to analyse the mechanical properties of fibre-based materials". International Paperworld IPW 2017-Janua (11-12) : 11-13.
- [29] Hoon M.L., Park J.M. 2004. "Flexural stiffness of selected corrugated structures". *Packaging Technology and Science* 17 (5) : 275-286.
- [30] Jamsari A., Nevins A., Kueh C., Gray-Stuart E., Dahm K., Bronlund J. 2020. "Modelling the Edge Crushing Performance of Corrugated Fibreboard Under Different Moisture Content Levels". *Mechanisms and Machine Science* 75 : 609-620.
- [31] Jamsari M.A., Kueh C., Gray-Stuart E.M., Dahm K., Bronlund J.E. 2020. "Modelling the impact of crushing on the strength performance of corrugated fibreboard". *Packaging Technology and Science* 33 (4-5) : 159-170.
- [32] Kmita-Fudalej G., Szewczyk W., Kolakowski Z. 2020. "Calculation of honeycomb paperboard resistance to EDGE crush test". *Materials* 13 (7).
- [33] Łęcka M., Mania R., Marynowski K. 2006. "New method of the ECT index of corrugated board determination | Nowa metoda wyznaczania odporności na zgniatanie krawędziowe tektury falistej". *Przegląd Papierniczy* 62 (4) : 207-210.
- [34] Marek A., Garbowski T. 2014. "Sensitivity analysis in homogenization process of corrugated paperboards". 39th Solid Mechanics Conference Book of Abstracts : 281-282.
- [35] Mikami E., Ibaraki T., Kodaka I. 2005. "Optimum design of flute structure for edgewise compression of corrugated fiberboard". *Kami Pa Gikyoshi/ Japan Tappi Journal* 59 (10) : 94-100.
- [36] Mrówczyński D., Gajewski T., Grabski J.K., Garbowski T. 2024. "Verification of numerical homogenization for corrugated boards through experimental tests and simulations". 43rd Solid Mechanics Conference: SolMech, Wrocław, Poland, September 16-18.
- [37] Mrówczyński D., Gajewski T., Pośpiech M., Garbowski T. 2024. "Estimation of the Compressive Strength of Cardboard Boxes Including Packaging Overhanging on the Pallet". *Applied Sciences* 14 (2) : 819. doi.org/10.3390/app14020819.
- [38] Rogalka M., Grabski J.K., Garbowski T. 2024. "A Comparison of Two Artificial Intelligence Approaches for Corrugated Board Type Classification". *Engineering Proceedings* 56 (1) : 272. doi.org/10.3390/ASEC2023-15925.
- [39] Rogalka M., Grabski J.K., Garbowski T. 2024. "Deciphering Double-Walled Corrugated Board Geometry Using Image Analysis and Genetic Algorithms". *Sensors* 24 (6) : 1772. doi.org/10.3390/s24061772.
- [40] Rogalka M., Grabski J.K., Garbowski T. 2024. "In-Situ Classification of Highly Deformed Corrugated Board Using Convolution Neural Networks". *Sensors* 24 (4) : 1051. doi.org/10.3390/s24041051.
- [41] Schramper K.E., Whitsitt W.J. 1988. "Faster, alternative ECT test procedure". Corrugated Containers Conference, Proceedings of the Technical Association of the Pulp and Paper Industry : 65-69.
- [42] Szewczyk W. 2008. "Edge crush test of corrugated board | Odporność tektury falistej na zgniatanie krawędziowe". *Przegląd Papierniczy* 64 (2) : 93-96.
- [43] Tsai S. W., Wu E. M. 1971. "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials". *Journal of Composite Materials* 5 (1) : 58-80. doi.org/10.1177/002199837100500106.
- [44] Tutak D., Özakhun C., Akgul A. 2007. "The examination of the impact of humidity on cardboard endurance in the offset printed and laminated packages". Proceedings of the Technical Association of the Graphic Arts, TAGA : 575-584.